УДК 533.6

А.Т. Комов, Ю.Н. Токарев

Московский энергетический институт (технический университет), Россия

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЛАМИНАРНЫХ ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ДЕКАРТОВО-ВИНТОВЫХ КООРДИНАТАХ

АННОТАЦИЯ

В целях упрощения численного решения и аналитических исследований системы уравнений теплообмена в закрученных областях, использована декартово-винтовая система координат. В таких координатах закрученная область представляет собой цилиндр, что позволяет, в частности, обойти трудности построения расчетных сеток и для стабилизированных течений рассматривать задачу как двухпараметрическую. При этом в уравнениях движения и энергии появляются дополнительные члены уравнений, которые рассматриваются как подобные источниковым.

1. ВВЕДЕНИЕ

Закрученные течения широко используются для интенсификации теплообмена. При этом возможна турбулизация всего потока теплоносителя путем применения в качестве турбулизаторов шнеков или скрученных лент; или же только пристенного слоя применением искусственной шероховатости, спиральных канавок, лунок и т.д. Несомненный интерес как эффективный способ интенсификации теплообмена представляет применение так называемых профилированных труб. В данной работе рассматривается численное решение задачи о теплообмене в закрученных потоках при ламинарном режиме течения.

Цилиндрические (r, φ, z) и декартовы (x, y, z) координаты одинаково неудобны как для численных так и для аналитических расчетов в закрученных областях. Более удобными для закрученных течений являются, в частности, винтовые координаты, которые применялись, например, в [1] и [2] для аналитического исследования течений реологических жидкостей, имеющих большую вязкость, что позволило не учитывать конвективные члены в уравнениях движения.

Впервые полные уравнения движения в напряжениях и уравнение энергии в винтовых координатах были выведены в [4].

Дальнейшим направлением в разработке более удобных для закрученных течений систем координат является введение декартово-винтовых координат, в которых уравнения движения имеют более простой для численного решения CFD-пакетами вид. Потребность в таких уравнениях вызвана принципиально неустранимыми трудностями при построении расчетных сеток для закрученных областей.

2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ И ЭНЕРГИИ В ДЕКАРТОВО-ВИНТОВЫХ КООРДИНАТАХ

Декартово-винтовые координаты (x', y', z'), связаны с декартовыми координатами (x, y, z) соотношениями:

$$\left.\begin{aligned} x &= x'\cos(\frac{z'}{s}) - y'\sin(\frac{z'}{s}), \\ y &= x'\sin(\frac{z'}{s}) + y'\cos(\frac{z'}{s}), \\ z &= z'; \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

здесь $s = \dfrac{h}{2\pi}$, h – шаг закрутки.

Закрученную область считаем расположенной так, что при фиксированных (x', y') координатной линией будет спираль, пересекающая плоскость $Ox'y'$ (при $s < \infty$) под углом не равным $\pi/2$. В полученных таким образом неортогональных координатах плоскость $Ox'y'$ при перемещении вдоль положительного направления оси z поворачивается по “правилу буравчика”.

Уравнения движения и энергии в декартово-винтовых координатах принимают следующий вид, (при записи штрихи опущены):

$$\left.\begin{aligned} &\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + S_{u1} + S_{u2} + S_{u3} + S_{u4}, \\ &\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + S_{v1} + S_{v2} + S_{v3} + S_{v4}, \\ &\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + S_{w2} + S_{w3}, \\ &\frac{\partial}{\partial x}u + \frac{\partial}{\partial y}v + \frac{\partial}{\partial z}w = 0, \\ &\rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + S_T, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&S_{u1}=\frac{\rho w}{s}\left(2v+\frac{xw}{s}\right),\quad S_{u2}=-\frac{y}{s}\left[\frac{1}{s}\left(y\frac{\partial p}{\partial x}-x\frac{\partial p}{\partial y}\right)+\frac{\partial p}{\partial z}\right],\quad S_{u3}=\mu\Lambda_s u\,;\\
&S_{v1}=\frac{\rho w}{s}\left(-2u+\frac{yw}{s}\right),\quad S_{v2}=\frac{x}{s}\left[\frac{1}{s}\left(y\frac{\partial p}{\partial x}-x\frac{\partial p}{\partial y}\right)+\frac{\partial p}{\partial z}\right],\quad S_{v3}=\mu\Lambda_s v\,;\\
&S_{w2}=-\frac{1}{s}\left(y\frac{\partial p}{\partial x}-x\frac{\partial p}{\partial y}\right),\quad S_{w3}=\mu\Lambda_s w\,,\quad S_T=\lambda\Lambda_s T\,;\\
&S_{u4}=\frac{2\mu}{s}\left(-\frac{y}{s}\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{x}{s}\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial y}\right)+\frac{u}{s^2},\quad S_{v4}=\frac{2\mu}{s}\left(\frac{y}{s}\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{x}{s}\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)-\frac{v}{s^2}\,.
\end{aligned}\right\}\qquad(3)$$

В (2) Λ_s – некоторый параболический оператор, появляющийся вследствие записи оператора Лапласа в неортогональных декартово-винтовых координатах и равен:

$$\Lambda_s=\frac{1}{s^2}\left(y^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}+x^2\frac{\partial^2}{\partial y^2}-2xy\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}-\right.$$
$$\left.-x\frac{\partial}{\partial x}-y\frac{\partial}{\partial y}\right)+\frac{2}{s}\left(y\frac{\partial^2}{\partial x\partial z}-x\frac{\partial^2}{\partial y\partial z}\right),$$

где S_{u1} и S_{v1} – представляют собой сумму кориолисовой и центробежной сил и присутствуют в первых двух уравнениях (1); S_{u2}, S_{v2} и S_{w2} – учитывают изменение выражений для компонент вектора градиента давления вследствие изменения координатной системы; S_{u3}, S_{v3}, S_{w3} и S_T – соответствующие изменения в выражениях оператора Лапласа; S_{u4} и S_{v4} – следствие записи дивергенции тензора напряжений. В виде (2) система уравнений теплообмена удобна для численного решения "тяжелыми" пакетами.

В данном докладе из-за ограниченности объема доклада подробности (см. [3] и [7]) вывода уравнений движения и энергии (2) в декартово-винтовых координатах не приводятся.

Закрученные области течения в декартово-винтовых координатах представляют собой цилиндры, благодаря чему задача построения сеток резко упрощается. Плата за это – появление новых членов в уравнениях движения и энергии.

3. СТАБИЛИЗИРОВАННЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Переход к декартово-винтовым координатам позволяет рассмотреть автомодельную по переменной z задачу и свести 3-мерную задачу к 2-мерной, или, в терминологии [5], к двухпараметрической, поскольку число уравнений не изменяется, но можно из (2) убрать все производные по z, кроме производных давления и температуры и оставить только переменные (x, y).

Производные давления и температуры по z , как известно, при стабилизированном течении не зависят от (x, y, z) и, следовательно, должны быть положены константами, варииции которых дают различные расходы жидкости.

Рассмотрим стабилизированный теплообмен ламинарного течения в профилированной трубе (см. рис. 1) при q = const вдоль всей поверхности.

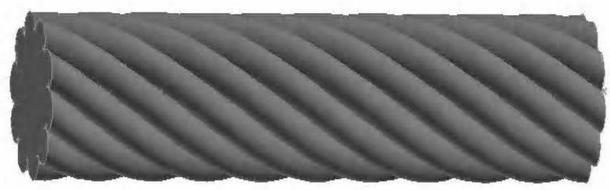

Рис. 1. Профилированная труба

Задача решалась численно в 2-мерном приближении, описанном выше, с использованием пакета Fluent, осевая скорость w определялась решением скалярного транспортного уравнения, в котором в качестве коэффициента переноса принимается вязкость. Источниковые члены аппроксимировались и вводились в расчет через пользовательские функции.

Результаты численного исследования теплообмена при течении воды в профилированной трубе (см. рис. 1) со среднемассовой температурой в сечении T_0, имеющей эффективный радиус 5.5 мм и b шаг закрутки 28 мм представлены на рис. 2–4. Полагалось:

$$\frac{\partial p}{\partial z}=-4000\ \text{Па/м},\quad q=1\cdot 10^5\ \text{Вт/м}^2.\qquad(4)$$

При этом число Рейнольдса, вычисленное по усредненной скорости w и эффективному диаметру оказалось равным $\mathrm{Re}\cong 1460$.

Изолинии функции тока, изображенные на рис. 2 показывают, что в спиральных канавках трубы образуются вихри Тейлора–Гертлера, соприкасающиеся как со стенкой, так и с основным потоком теплоносителя. Составляющая скорости w направлена «на читателя».

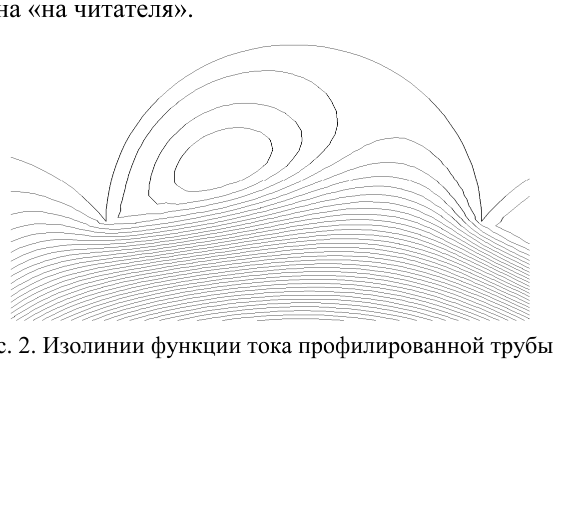

Рис. 2. Изолинии функции тока профилированной трубы

Таким образом, конвекция в поперечном основному потоку направлении значительна и оказывает определяющее значение на температурное поле (см. рис. 3).

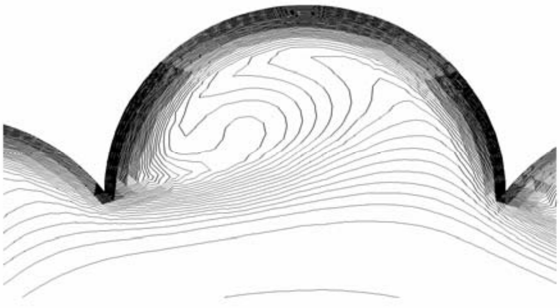

Рис. 3. Изолинии температуры

Зависимость числа Нуссельта от длины вдоль кривой периметра представлена на рис. 4. Видим, что даже минимальные значения Nu значительно превышают значения этого критерия для стабилизированного течения в круглой трубе.

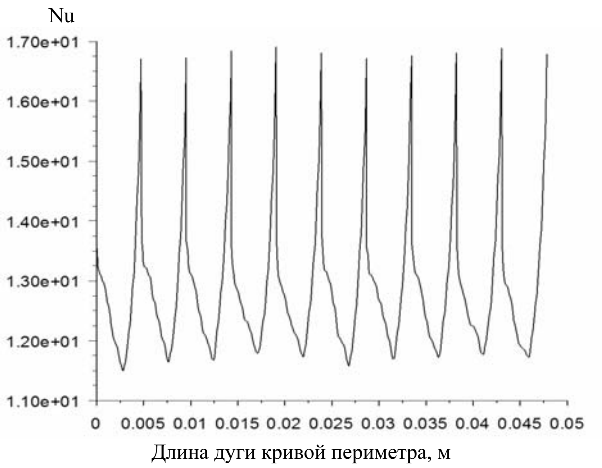

Рис. 4. Число Нуссельта в зависимости от длины вдоль кривой периметра

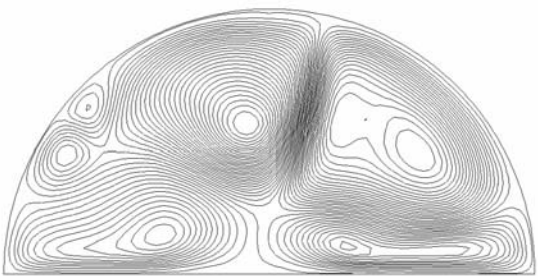

Рис. 5. Изолинии функции тока в трубе со скрученной лентой

Подобные расчеты были проведены и для трубы со скрученной лентой при тех же условиях (3). На рис. 5 представлены изолинии функции тока (w направлена на читателя), а на рис. 6 изолинии температуры для трубы со скрученной ленты с шагом h = = 28 мм.

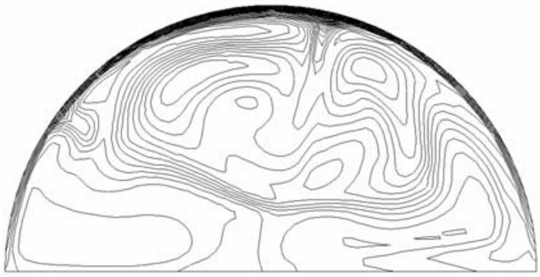

Рис. 6. Изолинии температуры в трубе со скрученной лентой

ВЫВОДЫ

Получена система уравнений в декартово-винтовых координатах, адаптированная к описанию процессов теплообмена в закрученных областях и к численному решению с применением CFD-пакетов.

Обоснована возможность перехода от 3-параметрической задачи к 2-параметрической модели, описывающей теплообмен стабилизированных течений.

Приведены результаты численных расчетов теплообмена в профилированной трубе и трубе со скрученной лентой.

Установлено, что использование профилированной трубы позволяет существенно интенсифицировать теплообмен.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Иванова А.И.** Винтообразное движение вязкой несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР. 1957. № 12. С. 46–50.
2. **Назмеев Ю.Г.** Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков реологически сложных жидкостей. М.: Энергоатомиздат, 1996. 304 с.
3. **Коренев Г.В.** Тензорное исчисление. М.: МФТИ, 2000. 239 с.
4. **Токарев Ю.Н.** Уравнения теплообмена закрученных потоков в полярно-спиральных координатах // Вестник МЭИ. 2004. № 5. С. 115–117.
5. **Васильев О.Ф.** Основы механики винтовых и циркуляционных потоков. М.: Госэнергоиздат, 1958. 144 с.
6. **Ерохина А.М., Комов А.Т.Токарев Ю.Н.** Численное исследование ламинарных закрученных потоков. XV Школа-семинар молодых ученых и специалистов / под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках». Калуга, 2005. С. 420–422.
7. **Астарита Дж., Марруччи Дж.** Основы гидромеханики неньютоновских средств. М.: Мир, 1978. 309 с.