УДК 536.24:532.526

В. М. Репухов

Институт технической теплофизики НАНУ, Киев, Украина

ЛОКАЛЬНОЕ ПОДОБИЕ РАЗНОИМЕННЫХ ТРАНСПОРТНЫХ УРАВНЕНИЙ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА И НАЛИЧИЕ АНАЛОГИЙ

АННОТАЦИЯ

Рассматривается локальное подобие мгновенных разноименных транспортных уравнений конвективного тепломассопереноса (неразрывности, импульса, полной энергии, массовой концентрации компонента), включая локальное подобие векторов переноса (законов переноса), и полное подобие, которое имеет постоянные коэффициенты подобия и которому соответствуют известные аналогии Рейнольдса и тепломассопереноса. Устанавливаются условия существования и совместности трех указанных видов локального подобия, а также условия равенства между собой коэффициентов переноса. Вводятся локальные коэффициенты подобия, векторы переноса и их коэффициенты (коэффициент трения, числа Стантона). Анализируются произвольные и детально линейные векторы переноса, проекции которых в условиях локального подобия совпадают с законами Ньютона, Фурье и Фика.

1. ВВЕДЕНИЕ

С помощью вводимых векторов переноса, которые связаны с соответствующими законами переноса, мгновенные общие уравнения конвективного тепломассопереноса записываются в единой форме и рассматриваются ниже как транспортные уравнения величин a_*, а индекс $* = \rho, u, v, w, m_j, h, ...$, как и транспортируемая величина, соответствуют плотности, проекциям вектора скорости, полной относительной массовой концентрации j-го компонента, полной энтальпии смеси и другим величинам.

Полное подобие одноименных транспортных уравнений, которое широко используется в различных областях и подробно рассмотрено многими исследователями, в частности М.В. Кирпичевым, А.А. Гухманом и С.С. Кутателадзе [1], связано с общим σ – преобразованием дифференциальных уравнений конвективного тепломассопереноса, которое определяется функциями преобразования в виде отношения транспортируемых величин прообраза и образа и при постоянных значениях функций дает полное подобие одноименных уравнений [2].

Полное подобие разноименных транспортных уравнений, в частности, тепломассоаналогия, также используется в технике эксперимента, а аналогия Рейнольдса упоминается под различными углами зрения при анализе экспериментальных работ и численных расчетов трения и теплообмена в устройствах с интенсификацией теплообмена.

Далее исследуется принципиальная возможность существования подобия мгновенных разноименных транспортных уравнений в трех аспектах [2]:

во-первых, локального подобия в целом соответствующих транспортных уравнений, где левая часть уравнения связана с полной производной по времени от транспортируемой величины, то есть ее четырехмерным градиентом, а правая дивергенцией обобщенного вектора переноса этой величины;

во-вторых, одновременного локального подобия транспортных уравнений в указанном выше смысле и соответствующих им разноименных векторов переноса, а также условие их совместности при одинаковых локальных коэффициентах подобия;

в-третьих, полного подобия разноименных транспортных уравнений (аналогии), где подобны транспортные уравнения, векторы переноса и элементы дивергенции векторов переноса с одинаковым и постоянным значением коэффициента подобия.

Локально подобные условия однозначности (начальные, граничные и другие) обеспечивают локальное подобие полей соответствующих величин, а коэффициенты локального подобия их пересчет.

При этом вначале анализ ведется для произвольно заданных законов переноса транспортируемой величины; а затем детализируется для первых шести ($* = \rho, u, v, w, m_j, h$) линейных законов переноса относительно проекций градиента транспортируемой величины в уравнениях неразрывности (закон сохранения массы), Навье–Стокса (закон трения Ньютона), полной энергии (закон Фурье) и полной массы компонента смеси (закон Фика) [3]. Сравниваются в этих условиях коэффициенты переноса: трения, тепловые и диффузионные числа Стантона.

Анализируются мгновенные транспортные полные уравнения бинарной смеси (НС), укороченные за счет продольных и других производных (УНС) и пограничного слоя (ПС); причем форма их записи одинаковая для ламинарных и осредненных по пульсациям турбулентных течений, а сохранение при σ – преобразовании локального подобия является предметом другого исследования [2].

2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Наличие локального подобия градиентов разноименных транспортируемых величин a_* и a_{*0} при мгновенных транспортных уравнениях конвективного тепломассопереноса, представляемых в виде

$$L_V(a_*) \equiv \rho \frac{da_*}{dt} = \pm \frac{\partial P}{\partial \alpha_*} + \operatorname{div} \vec{b}_* \equiv R_D(a_*) \text{, или}$$

$$L_V(a_*) \equiv \rho \frac{da_*}{dt} = \operatorname{div} \vec{b}_{*T} \equiv R_D(a_*) \text{,} \qquad (1)$$

определяется требованиями к локальным коэффициентам подобия и градиентам этих величин

$$\Lambda_{0*} \equiv \frac{\partial a_*}{\partial x} / \frac{\partial a_{*0}}{\partial x} = \frac{\partial a_*}{\partial \alpha} / \frac{\partial a_{*0}}{\partial \alpha} \text{ и}$$

$$\mathrm{grad} a_* = \Lambda_{0*} \mathrm{grad} a_{*0}, \tag{2}$$

вследствие чего равны их безразмерные проекции

$$tg\gamma_{\alpha *} \equiv \frac{\partial a_*}{\partial \alpha} / \frac{\partial a_*}{\partial x} = \frac{\partial a_{*0}}{\partial \alpha} / \frac{\partial a_{*0}}{\partial x} \equiv tg\gamma_{\alpha *0},$$

которые при наличии локального подобия самих транспортных уравнений дополняются требованием $\mathrm{div}\vec{b}_{*T} = \Lambda_{0*}\mathrm{div}\vec{b}_{*0T}$, или $\mathrm{div}\vec{b}_* = \Lambda_{0*}\mathrm{div}\vec{b}_{*0}$ со следствием $\frac{\partial P}{\partial \alpha_*} = \Lambda_{0*}\frac{\partial P_0}{\partial \alpha_{*0}}$, где $L_V(a_*)$ и $R_D(a_*)$ – функционалы левой и правой частей уравнений; P – скаляр (давление, потенциал объемных сил и другие величины); $\vec{b}_*(b_{*x}, b_{*y}, b_{*z})$ и $\vec{b}_{*T}(b_{*\alpha_*} \equiv b_{p\alpha_*}, b_{*x}, b_{*y}, b_{*z})$ – трехмерный и обобщенный четырехмерный векторы переноса с проекциями, определяемыми законом переноса величины a_* ($b_{p\alpha_*} = 0$ – $* = \rho, m_j$; $b_{p\alpha_*} = -P$ – $-* = u, v, w$; $b_{p\alpha_*} = +P$ – $* = h$); α и α_* – координаты, принимающие в общем случае значения t, x, y, z, причем в дивергенции трехмерного вектора переноса только три x, y, z, а четырехмерного – четыре с α_* согласно индексу $* = (1 \text{ и } h), u, v, w$ и $a_1 = 1$; нижний индекс 0 – относится к эталону [2].

Существование локального подобия мгновенных разноименных транспортных уравнений конвективного тепломассопереноса (дивергенции векторов переноса) обосновывается существованием решений уравнений, в которых локальные коэффициенты подобия определяются на основе характеристик эталонного транспортного уравнения при сохранении физических свойств и уравнения состояния текущей среды, причем для упомянутых выше линейных законов переноса они определяются с помощью квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка, решения которых существуют при достаточно общих требованиях [2].

Если имеет место локальное подобие разноименных транспортных уравнений (дивергенции векторов переноса), то локальное подобие с тем же коэффициентом соответствующих векторов переноса требует выполнения условия совместности

$$\sum_\alpha \left(b_{*0\alpha}\frac{\partial \Lambda_{0*}}{\partial \alpha}\right) = 0, \text{ или } (\vec{b}_{*0} \circ \mathrm{grad}\Lambda_{0*}) = 0, \tag{3}$$

которое в общем случае справедливо для нормальных векторов $\vec{b}_{*0}$ и $\mathrm{grad}\Lambda_{0*}$, а также следует из равенств $\vec{b}_* = \Lambda_{0*}\vec{b}_{*0}$ и $\mathrm{div}\vec{b}_* = \Lambda_{0*}\mathrm{div}\vec{b}_{*0}$.

Полное подобие дополнительно предполагает локальное подобие элементов дивергенции, что дает уравнения $\frac{b_{*\alpha}}{b_{*0\alpha}} = \Lambda_{0*} = \frac{\partial b_{*\alpha}}{\partial \alpha} / \frac{\partial b_{*0\alpha}}{\partial \alpha}$ и решение $\frac{b_{*\alpha}}{b_{*0\alpha}} = \mathrm{const} = \Lambda_{0*} = \frac{a_*}{a_{*0}}$, то есть является первым частным случаем условия совместности, а также локального подобия при его существовании.

Нулевой эталонный вектор переноса ($b_{*0\alpha} = 0$) – второй частный случай, причем конечные коэффициенты подобия дают нулевые векторы переноса, в частности, локальное подобие при однородном течении с постоянной полной энтальпией ($\Lambda_{m_j h}$) [2].

Коэффициенты вектора переноса при локальном подобии в общем случае связаны равенством вида

$$\frac{C_{*\alpha}}{C_{*0\alpha}} = \frac{\Delta a_{*0}}{\Delta a_*}\Lambda_{0*} = \left(\frac{\partial \ln \Delta a_*}{\partial \alpha}\right) / \left(\frac{\partial \ln \Delta a_{*0}}{\partial \alpha}\right) \tag{4}$$

и при полном подобии $C_{*\alpha} = C_{*0\alpha}$, где $C_{*\alpha} \equiv b_{*\alpha} / (\rho a_{\alpha_*}\Delta a_*)$ и $\Delta a_* = a_* - \mathrm{const}_*$ – коэффициент вектора переноса и характерная разность.

Первые шесть транспортных уравнений бинарной смеси ($* = \rho, u, v, w, m_j, h$) имеют функционалы

$$R_D(\rho) = -\rho^2 \mathrm{div}\vec{V}, \; \vec{R}_D(\vec{V}) = -\mathrm{grad}\varphi + \vec{Div}P,$$

$$R_D(m_j^0) = -\mathrm{div}\vec{J}_j^0 \text{ и } R_D(h^0) = -\mathrm{div}\vec{Q}, \tag{5}$$

где φ и $\vec{Q} = \vec{q}_\lambda - (\vec{V} \circ (P + pE)) + \sum_j h_j \vec{J}_j^0$ – потенциал объемных сил и вектор потока теплоты (теплопроводность, работа сил трения, диффузия); P и $\vec{DivP}$ – тензор напряжений и его дивергенция; $\vec{b}_u = \vec{\tau}_X$, $\vec{b}_v = \vec{\tau}_Y$, $\vec{b}_w = \vec{\tau}_Z$, $\vec{b}_{m_j} = -\vec{J}_j^0$,

$$\vec{b}_h = -\vec{Q}, \; \mathrm{div}\vec{J}_j^0 = \frac{\partial J_{jx}^0}{\partial x} + \frac{\partial J_{jy}^0}{\partial y} + \frac{\partial J_{jz}^0}{\partial z} \text{ и}$$

$$\mathrm{div}\vec{Q} = \frac{\partial}{\partial x}\{q_{\lambda x} - u\tau_{xx} - v\tau_{yx} - w\tau_{zx} + \sum_j h_j J_{jx}^0\} +$$

$$+\frac{\partial}{\partial y}\{q_{\lambda y} - v\tau_{yy} - u\tau_{xy} - w\tau_{zy} + \sum_j h_j J_{jy}^0\} +$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\{q_{\lambda z} - w\tau_{zz} - u\tau_{xz} - v\tau_{yz} + \sum_j h_j J_{jz}^0\}$$ – векторы переноса с дивергенциями; $\vec{\tau}_\alpha(\tau_{x\alpha}, \tau_{y\alpha}, \tau_{z\alpha})$, $\vec{q}_\lambda(q_{\lambda x}, q_{\lambda y}, q_{\lambda z})$ и $\vec{J}_j^0(J_{jx}^0, J_{jy}^0, J_{jz}^0)$ – векторы напряжений за счет вязкости, плотностей потоков

теплоты и массы j-го компонента с их проекциями.

Ввиду особенностей векторов переноса в принятой системе транспортных уравнений локальное подобие проекций векторов переноса совместимо с локальным подобием законов переноса по направлениям $\Lambda_{0*} = b^0_{*\alpha} / b^0_{*0\alpha}$, выраженным с помощью транспортируемых величин (полных параметров).

Ниже транспортные уравнения рассматриваются как мгновенные, либо одной формы для ламинарных и турбулентных течений, дополненных уравнениями модели для турбулентной вязкости [3].

При законах переноса $\vec{J}^{\,0}_j = -\frac{\mu_e}{Sc_e}\mathrm{grad}\, m^0_j$, $\vec{q}_\lambda = -\lambda_e \mathrm{grad}\, T$ и $\vec{q} = -\frac{\mu_e}{\Pr_e}\mathrm{grad}\, h$ следует равенство $\vec{q}_\lambda = \vec{q} - Le_e^{-1}\sum_j (h_j \vec{J}^{\,0}_j)$; а при мгновенном законе напряжений $P^* = 2\mu S^* - (p + \frac{2}{3}\mu D)E$, равенстве $\Phi + \frac{2}{3}\mu D^2 = \mu(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$, дилатации $D \equiv \mathrm{div}\,\vec{V} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$, диссипативной функции $\Phi \equiv 2\mu[\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + \frac{1}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) - \frac{1}{3}D^2]$ и при осреднении по времени величин турбулентного течения согласно Рейнольдсу с дополнительным осреднением по массе скорости и температуры, эффективных коэффициентах вязкости, теплопроводности и диффузии с турбулентными составляющими (индекс T) $\mu_e = \mu + \mu_T$, $\lambda_e = \lambda + \lambda_T$, $\rho D_e = \rho D + \rho D_T$, μ_T, $\lambda_T \equiv \frac{c_p \mu_T}{\Pr_T}$ и $\rho D_T \equiv \frac{\mu_T}{Sc_T}$ соответственно имеют место симметричный тензор напряжений P и напряжения за счет вязкости T;

$$\tau_{xx} = 2\mu_e(\varepsilon_x - \frac{D}{3}) - \frac{2}{3}\rho k_{te}, \qquad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu_e \gamma_{xy},$$

$$\tau_{yy} = 2\mu_e(\varepsilon_y - \frac{D}{3}) - \frac{2}{3}\rho k_{te}, \qquad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu_e \gamma_{yz},$$

$$\tau_{zz} = 2\mu_e(\varepsilon_z - \frac{D}{3}) - \frac{2}{3}\rho k_{te}, \qquad \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu_e \gamma_{zx}, \text{ и}$$

$$\varepsilon_x \equiv \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y \equiv \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_z \equiv \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{xy} \equiv \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x},$$

$\gamma_{yz} \equiv \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$, $\gamma_{zx} \equiv \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$ – элементы P и S^*;

μ_e, $\Pr_e$, Sc_e, $\mathrm{Le}_e = \frac{\Pr_e}{\mathrm{Sc}_e}$ – эффективные коэффициенты вязкости, числа Прандтля, Шмидта, Льюиса.

Тогда в ($k - \varepsilon$) модели добавляются транспортные уравнения переноса кинетической энергии турбулентности k_{te} и скорости ее диссипации ε_{te} при коэффициенте турбулентной вязкости, векторах переноса и функционалах правой части уравнений:

$$\vec{b}_{k_{te}} = \frac{\mu_T}{\sigma_k}\mathrm{grad}\, k_{te}, \quad \vec{b}_{\varepsilon_{te}} = \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon}\mathrm{grad}\, \varepsilon_{te},$$

$$R_D(k_{te}) \equiv \frac{\mu_T}{\mu}(\Phi + \frac{2}{3}\mu D^2) - \rho\varepsilon_{te} + div(\frac{\mu_T}{\sigma_k}\mathrm{grad}\, k_{te}),$$

$$R_D(\varepsilon_{te}) \equiv (\frac{C_{\varepsilon 1}\varepsilon_{te}}{k_{te}})[\frac{\mu_T}{\mu}(\Phi + \frac{2}{3}\mu D^2) - \frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 1}}\rho\varepsilon_{te}] +$$

$$+ div(\frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon}\mathrm{grad}\, \varepsilon_{te}) \text{ и } \mu_T = \frac{C_\mu \rho k_{te}^2}{\varepsilon_{te}},$$

где $C_\mu = 0.09$, $C_{\varepsilon 1} = 1.45$, $C_{\varepsilon 2} = 1.90$, $\sigma_k = 1.0$ и $\sigma_\varepsilon = 1.3$ – опытные константы [3].

Существует локальное подобие мгновенной дивергенции векторов переноса уравнений Навье–Стокса и тепломассопереноса ($* = \rho, u, v, w, m_j, h$) при локальном подобии градиентов транспортируемых величин. Именно локальное подобие ($\Lambda_{0*} = \mathrm{var}$, $\rho = \mathrm{var}$) имеет место в транспортных уравнениях для НС (УНС, ПС) при $* = u, v, w$ (общие уравнения переноса импульса), $* = u, h$ с $\frac{\partial P}{\partial \alpha} = \frac{\partial P}{\partial t}$ и $* = m_j, h$ с $\frac{\partial P}{\partial t} = 0$ (общие стационарные уравнения переноса массы компонента и энергии), включая также локальное подобие векторов переноса для ПС и при упрощенных диагональных элементах тензора напряжений за счет вязкости $T = P + pE$ (наличие при $* = u, v, w$ только ε_x, ε_y, ε_z), а также нулевом скалярном произведении $(gradu \circ \vec{V})$ при $* = m_j, h$ для УНС, так как в последнем $\Delta_{\alpha*} \equiv u\tau_{x\alpha_*} + v\tau_{y\alpha_*} + w\tau_{z\alpha_*} = \frac{\mu}{2}\frac{\partial V^2}{\partial \alpha_*}$.

Полное подобие имеет место в сжимаемой среде соответственно для ПС и УНС, а в несжимаемой среде всегда для НС (УНС, ПС).

Действительно, локальное подобие мгновенных градиентов транспортируемых величин с учетом $\vec{\Lambda}_u(\Lambda_{uu}, \Lambda_{uv}, \Lambda_{uw})$, $tg\gamma_{\alpha*} = tg\gamma_{\alpha u}$, $b_{*\alpha} = \tau_{\alpha\alpha_*}$ и $\mathrm{div}\,\vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x}(1 + \mathrm{tg}\gamma_{yv}\Lambda_{uv} + \mathrm{tg}\gamma_{zw}\Lambda_{uw}) = (\mathrm{grad}u \circ \vec{\Lambda}_u)$ позволяет записать тензор T, его дивергенцию и величину $\Delta_{\alpha*}$ в виде ($* = u, v, w$; $a_\alpha = a_u, a_v, a_w$):

$$\frac{T}{\mu\frac{\partial u}{\partial x}} \equiv \begin{bmatrix} \dfrac{\tau_{\alpha_*\alpha}}{\mu\frac{\partial u}{\partial x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\frac{\partial u}{\partial x}} \begin{cases} (\dfrac{\partial a_*}{\partial \alpha} + \dfrac{\partial a_\alpha}{\partial \alpha_*})\Big|_{\substack{\alpha \ne \alpha_*, \\ a_\alpha \ne a_*}} \\ (2\dfrac{\partial a_\alpha}{\partial \alpha}) - \dfrac{2}{3}div\vec{V}\Big|_{\substack{\alpha = \alpha_*, \\ a_\alpha = a_*}} \end{cases} \end{bmatrix},$$

$$[\overrightarrow{DivT}] = (\sum_{\alpha}\frac{\partial\tau_{\alpha\alpha_*}}{\partial\alpha})', \quad \mathrm{div}\,\overrightarrow{\tau_{\alpha_*}} = \sum_{\alpha}\frac{\partial\tau_{\alpha\alpha_*}}{\partial\alpha}, \qquad (6)$$

$$\sum_{\alpha}\frac{\partial\tau_{\alpha\alpha_*}}{\partial\alpha} = \Lambda_{u*}\sum_{\alpha}\frac{\partial}{\partial\alpha}(\mu\frac{\partial u}{\partial\alpha}) + \mu(\mathrm{grad}u\circ\mathrm{grad}\Lambda_{u*}) +$$

$$+(\mathrm{grad}(\mu\frac{\partial u}{\partial\alpha_*})\circ\overrightarrow{\Lambda_u}) + \mu\frac{\partial u}{\partial\alpha_*}\mathrm{div}\,\overrightarrow{\Lambda_u} - \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial\alpha_*}(\mu\mathrm{div}\,\vec{V}),$$

$$(\Delta_{\alpha*} - \frac{\mu}{2}\frac{\partial V^2}{\partial\alpha_*}) = \mu[\Lambda_{u*}(\mathrm{grad}u\circ\vec{V}) - \frac{2}{3}a_*\mathrm{div}\,\vec{V}],$$

причем локальное подобие транспортных уравнений импульса имеет место при выполнении двух равенств $\mathrm{div}\,\overrightarrow{\tau_{\alpha_*}} - \Lambda_{u*}\mathrm{div}\,\overrightarrow{\tau_X} = 0$ $(* = v, w;$ $\alpha = x, y, z)$, которые определяют два коэффициента подобия Λ_{u*} ($\Lambda_{uu} = 1$) при любых свойствах полей $a_{*0} = u$, а также величин μ и ρ, или $div\,\vec{V}$.

Одновременное локальное подобие транспортных уравнений импульса и их векторов переноса (проекций дивергенции и элементов тензора T) имеет место при двух условиях совместности $(\overrightarrow{\tau_X}\circ grad\,\overrightarrow{\Lambda_u}) = 0$ и пропорциональности проекций векторов $\tau_{\alpha\alpha_*}/\tau_{\alpha x} = \Lambda_{u*}$, где $\Lambda_{u*} = tg\gamma_{\alpha_* u}$.

Аналогичным образом рассматриваются все три вида подобия для других транспортных уравнений.

Одновременное локальное подобие имеет место для $* = m_j, h$ и $* = u, h$ соответственно при $Q_{\alpha_*}/J^0_{j\alpha_*} = \Lambda_{m_j h}$ и $Q_{\alpha_*}/\tau_{\alpha_* x} = -\Lambda_{uh}$, в частности, для обоих $(\Delta_{\alpha*} - \frac{\mu}{2}\frac{\partial V^2}{\partial\alpha_*}) = 0$ и $\mathrm{Pr} = Le = 1$.

Одновременное локальное подобие имеет место для $* = \rho, m_j$ и $* = u, k_{te}$ $(= u, \varepsilon_{te})$ соответственно при $\frac{\mu}{Sc}\frac{\partial\rho}{\partial\alpha_*}\frac{1}{\rho^2 a_*} = -1$ и при $\frac{\mu_T}{\sigma_k}\frac{\partial u}{\partial\alpha_*}/\tau_{e_{\alpha_* x}} = 1$ (для ПС всегда; для УНС с упрощенным T и НС с $\mathrm{div}\,\vec{V} = 0$ и $1 + \frac{\Lambda_{ua_\alpha}}{\mathrm{tg}\gamma_{\alpha u}} = \frac{\mu_T}{\sigma_k\mu_e} = 2 - \frac{2}{3}\rho k_{te}/(\mu_e\frac{\partial u}{\partial x})$).

Полное подобие (аналогия) во всех случаях локального подобия имеет место, как частный случай.

Наконец, при полном подобии известное отношение коэффициентов трения и чисел Стантона (аналогия Рейнольдса) равно единице [1], а в общем случае локального подобия законов переноса зависит от коэффициента подобия $\frac{2\mathrm{St}}{C_f} = \frac{U}{\Delta H^0}\Lambda_{uh}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Введены понятия локального коэффициента подобия градиентов транспортируемых величин (функционалов левых частей транспортных уравнений), векторов переноса и их коэффициентов (коэффициент трения, число Стантона тепловое и диффузионное), с помощью которых транспортные уравнения переноса записаны в единой форме, включая ламинарные и турбулентные течения.

Рассмотрено локальное подобие мгновенных разноименных транспортных уравнений конвективного тепломассопереноса (неразрывности, импульса, полной энергии, массовой концентрации компонента), включая локальное подобие векторов переноса (законов переноса), и полное подобие, которое имеет постоянные коэффициенты подобия и которому соответствуют известные аналогии.

Первоначально это подобие рассматривается при произвольных векторах переноса, а затем детально при линейных векторах, проекции которых в условиях локального подобия совпадают с законами переноса Ньютона, Фурье и Фика. Установлены условия существования и совместности всех трех видов локального подобия, а также условия равенства между собой коэффициентов переноса.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

a_* – основная транспортируемая величина;

$\vec{b}_*(b_{*x}, b_{*y}, b_{*z})$ и $\vec{b}_{*T}(b_{*\alpha_*} \equiv b_{p\alpha_*}, b_{*x}, b_{*y}, b_{*z})$ – трехмерный и обобщенный четырехмерный векторы переноса с проекциями на координатные оси;

$L_V(a_*)$ и $R_D(a_*)$ – соответственно функционалы левой и правой частей транспортных уравнений;

P – скалярная величина (давление, потенциал и другие);

$\vec{V}(u, v, w)$ и $\vec{V}_T(1, u, v, w)$ – трех- и четырехмерный векторы скорости с проекциями на координатные оси;

t, x, y и z – координаты на соответствующих осях четырехмерной ортогональной системы координат;

α и α_* – координаты, принимающие в общем случае значения t, x, y, z, причем вторая в соответствии с индексом $* = (1$ и $h), u, v, w$ и $a_1 = 1$;

НС – полные транспортные уравнения;

ПС – пограничный слой;

УНС – укороченные транспортные уравнения.

Нижний индекс:

$*$ – плотность, проекции вектора скорости, относительная массовая концентрация и энтальпия, другие величины, являющиеся решением транспортных уравнений;

0 – характеристики опорной величины (эталон).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кутателадзе С. С.** Анализ подобия в теплофизике. Новосибирск: Наука, 1982. 280 с.
2. **Репухов В. М.** Общее преобразование уравнений нестационарного конвективного тепломассопереноса к простейшему виду// Пром. теплотехника. 2005. Т. 27. №2. С. 9–20.
3. **Флетчер К.** Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х т.: Т. 2. М.: Мир, 1991. 552 с.