

Институт теплофизики экстремальных состояний
Объединенного института высоких температур РАН, Москва, Россия

О ВЛИЯНИИ ВИБРАЦИЙ КОНСТРУКЦИИ НА ВОЗБУЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ПРИ ГОРЕНИИ УГОЛЬНОЙ ПЫЛИ

АННОТАЦИЯ

Проведено теоретическое исследование возбуждения акустических колебаний при горении угольной пыли в камере сгорания импульсного МГД-генератора. Течение в камере сгорания предполагалось одномерным при полном перемешивании в поперечном направлении и отсутствии перемешивания в продольном. Угольные частицы считались монодисперсными и неподвижными относительно газа вдаль. Принималось, что горение угольных частиц происходит в диффузионном режиме. Коэффициенты бинарной диффузии считались одинаковыми, не зависящими от концентраций компонентов газовой смеси. Число Льюиса полагалось равным единице, а эффекты Соре и Дюфура пренебрежимо малыми.

Получены приближенные формулы для определения инкремента и частоты акустических колебаний с учетом вибраций конструкции. В эти формулы явным образом входят параметры топлива, окислителя и материала конструкции.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для импульсных МГД-генераторов предложены порошкообразные топлива на основе углерода и металлов (алюминий, магний)[1]. Окислителем в этом случае является воздух или кислород. Характеристики МГДГ на этих видах топлива практически не отличаются от характеристик, полученных при использовании твердого ракетного топлива. При этом порошкообразное топливо дает возможность глубокого регулирования мощности установок путем изменения расходов компонентов и обеспечивает длительную работу мощных МГДГ. Необходимо отметить, что топливо на основе порошкообразного углерода существенно дешевле твердого ракетного топлива [1].

Известно [2], что при сжигании дисперсного топлива в камере сгорания могут возбуждаться акустические колебания, приводящие к нарушению нормального функционирования установок и даже к их разрушению. В практике создания ракетных двигателей [2] к двигателям со стабильным горением относят те из них, у которых амплитуда колебаний давления не превышает 5% номинального значения. В работе [3] показано, что требования к стабильности горения в МГДГ должны быть существенно более жесткими, чем в ракетных двигателях. Это связано с тем, что при таких колебаниях давления пульсации электрической мощности делают невоз-

можным нормальную работу МГДГ. Поэтому рассмотрение условий возбуждения акустических колебаний в камере сгорания МГДГ при горении угольной пыли является актуальной задачей. В данной работе проводится теоретическое исследование возбуждения акустических колебаний при горении угольной пыли в кислороде [1] с учетом вибрации конструкции.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В настоящей работе течение в камере сгорания предполагалось одномерным при полном перемешивании в поперечном направлении и отсутствии перемешивания в продольном. Это предположение является обычным в расчетах камер сгорания [4]. При расчете процесса горения частицы угольной пыли считались монодисперсными и неподвижными относительно газовой смеси. Предполагается, что горение частиц происходит в диффузионном режиме. Теплоемкость c_p и коэффициент молекулярной теплопроводности газовой смеси считались постоянными, не зависящими от температуры и концентрации компонентов. Коэффициенты бинарной диффузии принимались одинаковыми, не зависящими от концентраций компонентов газовой смеси. Число Льюиса полагалось равным единице, а эффекты Соре и Дюфура считались пренебрежимо малыми. Эти предположения также являются обычными в расчетах камер сгорания [4]. В данной работе не рассматривается процесс зажигания частиц угольной пыли и его влияние на возбуждение акустических колебаний, так как согласно оценкам [5] его время составляет ~10 % всего времени горения. При рассмотрении акустических колебаний газовая смесь считалась совершенным газом, и наличием в ней дисперсной фазы пренебрегалось. При этих предположениях уравнения неразрывности, движения и энергии можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho F) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u F) = WF, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{Q}{M} W + \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3)$$

Будем считать, что в газовой фазе соблюдается локальное термодинамическое равновесие. Это предположение является обычным при исследовании акустических колебаний в камерах сгорания [4]. Тогда для газовой смеси можно записать уравнение состояния

$$\rho = \rho(p, T). \quad (4)$$

Обычно в камерах сгорания возбуждаются колебания, соответствующие основному тону и выше. Скорость гетерогенной смеси в камере сгорания не превышает ~ 100 м/с, а ее длина $l \sim 1$ м. Поэтому для условий камеры сгорания число Струхала $Sh = \omega l / u \gg 1$. Тогда уравнения (1)–(3) в возмущениях запишутся в виде

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \rho \frac{\partial u'}{\partial x} + u' \frac{\partial \rho}{\partial x} = W' + W \frac{F'}{F} - \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{F'}{F} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T'}{\partial t} + u' \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial p'}{\partial t} + \frac{Q}{M} W'. \quad (7)$$

Штрихами обозначены возмущения.

Далее, линеаризуя уравнение состояния (4), получаем:

$$\frac{p'}{\rho} = \frac{p'}{\rho a_T^2} - \frac{T'}{T}. \quad (8)$$

Учитывая, что $\frac{Q}{Mc_p T} \gg 1$, $\frac{p'}{\rho} \gg \frac{F'}{F}$ и подстав-

ляя выражение (8) в (5) с учетом (7), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p'}{\rho} \right) + \frac{u'}{T} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial x} + \\ + \frac{u'}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{Q}{Mc_p T} \frac{W'}{\rho} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{F'}{F} \right). \end{aligned}$$

Используя соотношение

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = -\frac{\rho}{T} \frac{\partial T}{\partial x},$$

последнее уравнение запишем в виде

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p'}{\rho} \right) + \frac{\partial u'}{\partial x} = \frac{Q}{Mc_p T} \frac{W'}{\rho} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{F'}{F} \right). \quad (9)$$

Далее, следуя работе [6], выполненной ранее, продифференцируем уравнение (6) по x , а (9) по t и исключая u' , будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p'}{\rho} \right) = a_S^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{p'}{\rho} \right) + \\ + \frac{\gamma Q}{Mc_p T \rho} \frac{\partial W'}{\partial t} - \gamma \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{F'}{F} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Для решения последнего уравнения необходимо знать выражения для W' и F' . В работе [7], выполненной ранее, было показано, что в условиях камеры сгорания импульсного МГДГ ($p \sim 50$ ата, $T \sim 3000$ К) горение угольных частиц происходит в диффузионном режиме. Была получена следующая

формула для расчета скорости горения одиночной угольной частицы \dot{m} :

$$\dot{m} = 4\pi r_0 D \left(\frac{2M}{M_1} c_{1\infty} + \frac{M}{M_2} c_{2\infty} \right).$$

Будем считать, что зависимости ρ и D от температуры и давления имеют вид

$$\frac{\rho}{\rho^0} = \frac{T^0}{T} \frac{p}{p^0}; \quad \frac{D}{D^0} = \frac{p^0}{p} \left(\frac{T}{T^0} \right)^2,$$

здесь верхний индекс 0 относится к случаю отсутствия акустических колебаний.

Тогда, учитывая, что частицы угольной пыли неподвижны относительно газовой смеси, можно записать выражение для W

$$W = 4\pi r_0^0 D^0 N^0 \left(\frac{2M}{M_1} c_{1\infty} + \frac{M}{M_2} c_{2\infty} \right) \frac{p}{p^0}. \quad (11)$$

При выводе выражения (11) было учтено, что при акустических колебаниях имеется следующее соотношение

$$\frac{N}{N^0} = \frac{\rho}{\rho^0}.$$

Учитывая (11) и зависимости ρ и D от температуры газовой смеси, получаем формулу для расчета W^0 :

$$W^0 = 4\pi r_0 D_0 N_0 \left(\frac{2M}{M_1} c_{1\infty} + \frac{M}{M_2} c_{2\infty} \right), \quad (12)$$

здесь нижний индекс 0 к началу камеры сгорания. Выражение (11) можно записать в виде

$$W = W^0 \frac{p}{p^0} = 4\pi r_0 D_0 N_0 \left(\frac{2M}{M_1} c_{1\infty} + \frac{M}{M_2} c_{2\infty} \right) \frac{p}{p^0}.$$

При горении угольных частиц в стационарном режиме и стехиометрии имеет место следующая связь между концентрациями компонент газовой смеси и размерами частиц:

$$\frac{c_1}{c_{10}} = \left(\frac{r^0}{r_0} \right)^3, \quad \frac{c_1}{M_1} + \frac{c_2}{M_2} = \frac{c_{10}}{M_1}. \quad (13)$$

Величину N_0 можно определить через начальную концентрацию кислорода c_{10} и радиус частицы r_0 :

$$N_0 = \frac{3}{4} \frac{M}{M_1} \frac{\rho_0}{\rho_p} \frac{c_{10}}{\pi r_0^3}.$$

Подставив эти выражения в (12), получим:

$$W^0 = 3 \left(\frac{M}{M_1} \right)^2 D_0 r_0 \frac{(\rho_0 c_{10})^2}{\rho_p r_0^3} \left[1 + \left(\frac{r^0}{r_0} \right)^3 \right]. \quad (14)$$

Далее, учитывая выражения (13) и (14), скорость горения одиночной угольной частицы можно записать следующим образом:

$$\frac{dr^0}{dx} = -\frac{M}{M_1} \frac{\rho_0}{\rho_p} \frac{D_0 c_{10}}{u_0 r^0} \left[1 + \left(\frac{r^0}{r_0} \right)^3 \right].$$

Граничное условие имеет вид:

$$r^0 = r_0 \text{ при } x = 0.$$

При выводе этого уравнения принималось, $\rho^0 u^0 = \text{const}$, т.е. не учитывалось увеличение расхода газовой смеси по длине камеры сгорания за счет горения угольной пыли. Это предположение является обычным при расчете камер сгорания [4]. Решение последнего уравнения было получено ранее и является весьма громоздким [8]. Поэтому в настоящей работе оно решается приближенно [6].

Для этого произведем замену $(r^0/r_0)^3 = 1/2$. Тогда интегрируя с учетом граничного условия, получаем:

$$r^0 = r_0 (1 - \alpha x)^{1/2}; \alpha = 3 \frac{M \rho_0 D_0 c_0}{M_1 \rho_p r_0^0 u_0}. \quad (15)$$

Погрешность этого выражения не превышает 15%. Необходимо отметить, что оно похоже на закон Срезневского [4], описывающего изменение радиуса капли при диффузионном режиме испарения. Для определения распределения температуры по длине камеры сгорания необходимо решить стационарное уравнение энергии. Согласно (3) оно имеет вид

$$\rho c_p u \frac{dT}{dx} = \frac{Q}{M} W^0.$$

Граничное условие: $T = T_0$ при $x = 0$.

Интегрируя это уравнение с учетом (12)—(14), получаем распределение температуры газовой смеси и скорости звука по длине камеры сгорания

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{a_S}{a_{S0}} \right)^2 = 1 + \theta \left[1 - (1 - \alpha x)^{3/2} \right]; \quad (16)$$

$$\theta = \frac{Q c_{10}}{M_1 c_p T_0}.$$

Погрешность последнего выражения не превышает 12%. Далее, подставляя выражения (11), (14)—(16) в уравнение (10), получаем нелинейное уравнение в частных производных телеграфного типа. Для решения этого уравнения проведем осреднение стационарной скорости горения W^0 и скорости звука по длине камеры сгорания:

$$\langle W^0 \rangle = 3 \left(\frac{M}{M_1} \right)^2 D_0 \frac{(\rho_0 c_{10})^2}{\rho_p r_0^2};$$

$$\frac{\langle a_S^2 \rangle}{a_{S0}^2} = 1 + \frac{3}{5} \frac{Q c_{10}}{M_1 c_p T_0}.$$

Уравнение (10) примет вид

$$\frac{\partial^2 \left(\frac{p'}{p} \right)}{\partial t^2} = \langle a_S^2 \rangle \frac{\partial^2 \left(\frac{p'}{p} \right)}{\partial x^2} + \frac{\gamma Q}{M c_p T} \frac{\langle W^0 \rangle}{\rho} \frac{\partial \left(\frac{p'}{p} \right)}{\partial t} - \gamma \frac{\partial^2 \left(\frac{F'}{F} \right)}{\partial t^2}. \quad (17)$$

Величину F'/F можно выразить через радиальный прогиб оболочки при акустических колебаниях w'

$$\frac{F'}{F} = 2 \frac{w'}{R}.$$

Считая, что при акустических колебаниях материал камеры сгорания подчиняется закону Гука, получаем:

$$\frac{\partial^2 \left(\frac{F'}{F} \right)}{\partial t^2} = 2 \frac{R p}{E h} \frac{\partial^2 \left(\frac{p'}{p} \right)}{\partial t^2}. \quad (18)$$

Под влиянием внутреннего давления стенки камеры сгорания испытывают напряжение растяжения. Считая приближенно, что разрыв камеры сгорания под действием внутреннего давления может произойти по образующей, получаем напряжение в стенке:

$$\sigma = p \frac{R}{h}.$$

Подставляя это выражение в (18) и далее в (17), будем иметь

$$\frac{\partial^2 \left(\frac{p'}{p} \right)}{\partial t^2} = \langle a_S^2 \rangle \frac{\partial^2 \left(\frac{p'}{p} \right)}{\partial x^2} + \frac{\gamma Q}{M c_p T} \frac{\langle W^0 \rangle}{\rho} \frac{\partial \left(\frac{p'}{p} \right)}{\partial t} - 2 \gamma \frac{\sigma}{E} \frac{\partial^2 \left(\frac{p'}{p} \right)}{\partial t^2}. \quad (19)$$

Для определения частот акустических колебаний при их возбуждении необходимо задать граничные условия к уравнению (19). Вопрос о граничных условиях при $x = l$ (на входе в сопло) достаточно сложен [9] и может служить предметом специального исследования. В настоящей работе, следуя [2], делается простейшее допущение о том, что в критическом сечении сопла отсутствуют возмущения скорости. Тогда граничные условия будут иметь вид

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \text{ при } x = 0; \quad \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \text{ при } x = l.$$

Решая уравнение (19) методом разделения переменных с учетом граничных условий, получаем

$$\frac{p'}{p} = e^{\delta t} \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos \frac{\pi k x}{l} \cos \left[\sqrt{\left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 \langle a_S^2 \rangle \vartheta^2 - \delta^2} t + \phi_k \right],$$

$$\text{где } \delta = \frac{\gamma Q}{2 M c_p T} \frac{\langle W^0 \rangle}{\rho} \vartheta^2; \vartheta^2 = 1 - 2 \gamma \frac{\sigma}{E}; k = 1, 2, 3, \dots$$

Величины B_k и ϕ_k определяются из начальных условий. Собственная частота камеры сгорания, определяемая из граничных условий, будет равна

$$\omega_k = \pi k \langle a_S \rangle \vartheta / l.$$

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из выражения для p' видно, что при $\delta > 0$ будет происходить возбуждение акустических колебаний, вызванных горением угольных частиц, с инкрементом

$$\mu = \frac{2 \pi \delta}{\lambda}; \lambda^2 = \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 \langle a_S^2 \rangle \vartheta^2.$$

Учитывая, что $2\gamma \frac{\sigma}{E} \ll 1$, с помощью формулы (20) получаем связь между p' и p'_0 , где p'_0 — возмущение давления без учета упругих свойств камеры сгорания

$$\frac{p'}{p'_0} = 1 - \frac{\gamma^2 Q}{Mc_p T} \frac{\langle W^0 \rangle}{\rho} \frac{\sigma_*}{nE} t.$$

Из этой формулы видно, что демпфирование акустических колебаний в камере сгорания зависит только от механических свойств материала, но не от ее размера. Проведенные расчеты показали, что за счет упругого демпфирования амплитуды акустических колебаний при их возбуждении уменьшаются на 5—6%.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

W — скорость горения угольных частиц в единице объема, кг/м³с;
 Q — теплота реакции горения углерода по реакции $C+O_2=CO_2$, дж/моль;
 M — атомный вес углерода;
 F — площадь поперечного сечения камеры сгорания, м²;
 l — длина камеры сгорания, м;
 ω — круговая частота колебаний, с⁻¹;
 a_T — изотермическая скорость звука в газовой смеси, м/с;
 a_S — адиабатическая скорость звука, м/с;
 γ — показатель адиабаты газовой смеси;
 r — радиус частицы, м;
 M_1, M_2 — молекулярные веса кислорода и диоксида углерода;
 $c_{1\infty}, c_{2\infty}$ — безразмерные массовые концентрации кислорода и диоксида углерода вдали от частицы;
 N — число частиц в единице объема, м⁻³;
 c_1 и c_2 — осредненные безразмерные массовые концентрации кислорода и диоксида углерода в сечениях камеры сгорания с радиусом угольных частиц r^0 ;

ρ_p — плотность углерода кг/м³;

R — радиус поперечного сечения камеры сгорания в отсутствие колебаний, м;

E — модуль упругости материала камеры сгорания, ГПа;

h — толщина оболочки, м;

σ_* — предел прочности на растяжение, МПа;

n — коэффициент запаса [12].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дегтев Ю. Г., Панченко В. П. Численное исследование свойств продуктов сгорания порошкообразных топлив для импульсных МГД-генераторов // Теплофизика высоких температур. 1993. Т. 31. №2. С. 229—234.
2. Неустойчивость горения в ЖРД / Под ред. Д.Т. Харрье и Ф. Г. Рирдона. М.: Мир, 1975. 872с.
3. Борблик Е. Л., Ганефельд Р. В., Налетов В. В. и др. Флуктуационные процессы в МГД-каналах: Препринт №67. Киев: ИЭД АН УССР, 1973. 80 с.
4. Вильямс Ф. А. Теория горения. М.: Наука, 1971. 615 с.
5. Хитрин Л. Н. Теория горения и взрыва. М.: Изд-во МГУ, 1957. 442 с.
6. Песочин В. Р. Возбуждение акустических колебаний при горении угольных частиц // Изв. РАН. Энергетика. 2002. №1. С. 146—151.
7. Головин А. М., Песочин В. Р. О диффузионном режиме горения угольной частицы в высокотемпературной среде // Физика горения и взрыва. 1989. Т. 25. №6. С. 29—36.
8. Головин А. М., Песочин В. Р. Горение системы угольных частиц в условиях МГД-установок // Физика горения и взрыва. 1985. Т. 21. №2. С. 59—66.
9. Аргамонов К. И. Термогидроакустическая устойчивость. М.: Машиностроение, 1982. 261с.
10. Феодосьев В. И. Прочность теплонпряженных узлов жидкостных ракетных двигателей. М.: Оборонгиз, 1963. 212 с.