УДК 536.24

Д.Г. Григорук, П.С. Кондратенко, Д.В. Никольский

Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, Москва, Россия

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

АННОТАЦИЯ

Предложен упрощенный метод расчета и на его основе численно решена задача о ламинарной свободной конвекции тепловыделяющей жидкости в цилиндрическом и полусферическом объемах с изотермической боковой (в случае полусферы нижней) и адиабатической верхней границами. На основе полученных результатов исследовано влияние стратификации температуры в объеме и геометрии на характеристики теплоотдачи. Установлено, что пренебрежение температурной стратификацией приводит к существенному завышению плотности потока тепла к границе в нижней части объема.

1. ВВЕДЕНИЕ

Решение полной системы уравнений, описывающих конвективное течение жидкости с внутренними источниками тепла, требует немалых временных и вычислительных затрат. В то же время для оценки последствий тяжелой аварии на АЭС с расплавлением активной зоны необходимо оценить распределение теплоотдачи расплава к корпусу реактора в минимальные сроки. Для этого в реакторных кодах используют различные упрощенные модели [1, 2]. В настоящей работе построена физическая модель и разработан алгоритм решения свободноконвективной теплоотдачи однокомпонентной энерговыделяющей жидкости в замкнутом объеме. Среда считалась однородной, несжимаемой, изотропной с постоянными теплофизическими свойствами, с положительным температурным коэффициентом расширения, а режим течения — ламинарным. Численно решена задача о конвекции в цилиндрическом и полусферическом объемах в диапазоне модифицированных чисел Рэлея $10^6 \le \mathrm{Ra}_I \le 10^{12}$.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим стационарную свободную конвекцию тепловыделяющей жидкости в осесимметричном объеме с изотермической боковой (нижней в случае полусферы) границей. Как показывают эксперименты, теоретический анализ и численные расчеты [3—6], объем можно разделить на три области течения.

- *Область конвекции Рэлея — Бенара.*
- *Область пограничных слоев.*
- *Область устойчивой температурной стратификации.*

Благодаря этому задачу о распределении потока тепла к границе замкнутого объема можно упростить. Ограничимся рассмотрением случая, когда верхняя горизонтальная граница объема теплоизолирована. Тогда из-за стратификации температуры в основном объеме её максимум $T_{\max}$ достигается на верхней границе и режим конвекции Рэлея — Бенара не реализуется. Таким образом, будем считать, что весь занимаемый жидкостью объем состоит из тонких пограничных слоев (ПС) и области температурной стратификации (основного объема) (см. рис. 1).

3. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Для описания стационарного течения жидкости в ПС на вертикальной границе воспользуемся приближением Прандтля [7]. Поскольку толщина ПС много меньше характерного поперечного размера объема R ($\delta << R$), энерговыделением в правой части уравнения энергии можно пренебречь [4], и система принимает следующий вид:

цилиндр:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0\,; \tag{1a}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial z} + v\frac{\partial u}{\partial y} - \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = g\alpha(T - T_b(z))\,; \tag{2a}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial z} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \chi\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{Q}{\rho c_p}\,; \tag{3a}$$

полусфера:

$$\frac{1}{R\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin(\theta)u\right) + \frac{\partial v}{\partial y} = 0\,; \tag{1b}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial\theta} + v\frac{\partial u}{\partial y} - \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = g\beta(T - T_b(z))\sin(\theta)\,; \tag{2b}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial\theta} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \chi\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \tag{3b}$$

где u и v — продольная и поперечная компоненты скорости течения; z — вертикальная координата, отсчитанная от дна объема; y — поперечная координата, отсчитанная от боковой (в случае полусферы нижней) границы; g — ускорение свободного падения; β — температурный коэффициент объемного расширения; Q — плотность мощности внутренних источников тепла; ν — кинематическая вязкость; χ — температуропроводность; ρ — плотность; c_p — удельная теплоемкость, $T \equiv T(z, y)$ (в случае полусферы $T \equiv T(\theta, y)$ — температура жидкости в текущей точке (z, y) (для полусферы (θ, y)) слоя, $T_b(z)$ — температура в основном объеме.

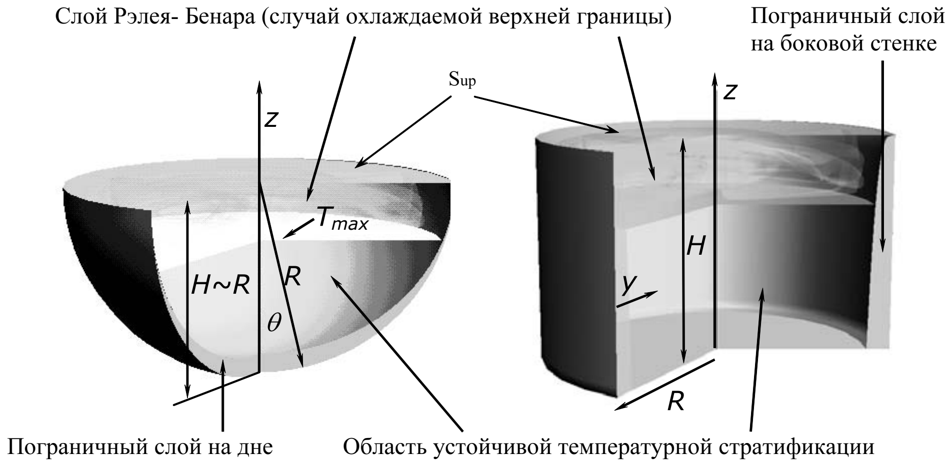

Рис. 1. Геометрия задачи

Граничные условия к системе (1)—(3) имеют вид:

$$\begin{aligned} &y = 0: \ u, v, T - T_0 = 0; \\ &y >> \delta: \ u \to U(z), T - T_b(z) \to 0, \end{aligned} \tag{4}$$

где $U(z)$ — вертикальная компонента скорости в основном объеме. Температура изотермической части границы T_0 принята за начало отсчета температур.

Благодаря устойчивой температурной стратификации (температура не зависит от горизонтальных координат, и $dT_b/dz > 0$), уравнение баланса энергии в основном объеме имеет вид [4]:

$$U(z)\frac{dT_b(z)}{dz} = \frac{Q}{\rho c_p}. \tag{5}$$

Из условия баланса массы следует, что её поток через любое сечение объема с жидкостью равен нулю. Отсюда находим соотношение для вертикальной компоненты скорости, связывающее ее с соответствующей компонентой скорости в пограничном слое:

цилиндр:

$$U(z) \cong -\frac{2}{R}\int_0^\Delta dy\, u(z, y); \tag{6a}$$

полусфера:

$$U(z) \cong -\frac{2}{R\sin(\theta)}\int_0^\Delta dy\, u(\theta, y) \ . \tag{6.b}$$

Значение верхнего предела в интеграле здесь выбирается в соответствии с неравенством: $\delta << \Delta << R$.

Так как температура в основном объеме является возрастающей функцией высоты, то в относительной близости к дну её значение является малым в сравнении со средним значением по всему объему. Кроме того, как показывают эксперименты и теоретические оценки [4], толщина ПС на дне объема гораздо больше, чем на боковой границе. На этом основании мы пренебрежем теплоотдачей в дно. В результате при $z \to 0$, подобно (6a, 6b), из условия энергетического баланса вытекает соотношение, связывающее температуру в пограничном слое и в основном объеме:

цилиндр:

$$U(0)T_b(0) \cong -\frac{2}{R}\int_0^\Delta dy\, u(0, y)T(0, y); \tag{7a}$$

полусфера:

$$U(0)T_b(0) \cong -\frac{2}{R\sin(\theta_0)}\int_0^\Delta dy\, u(0, y)T(0, y), \tag{7b}$$

где θ_0 выбирается меньшим или порядка $\arccos(1-\frac{\Delta}{R})$ в предположении однородности распределения теплового потока вблизи полюса [4].

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Расчет уравнений (1)—(7) проводился на равномерной сетке. Поперечный размер области Δ выбирался так, чтобы пограничный слой полностью содержался внутри расчетной области ($\delta < \Delta$) и выполнялось неравенство $\Delta << R$. В настоящей работе все результаты получены для $\Delta = 4\delta$, где δ определено согласно аналитической оценке [4]:

$$\delta = H\mathrm{Ra}_I^{-1/5}, \tag{8}$$

где H — вертикальный линейный масштаб объема.

Помимо поперечного размера расчетной области независимыми параметрами задачи являются модифицированное число Рэлея Ra_I , число Прандтля Pr и аспектное отношение R/H . Влияние последних двух в работе не исследовалось, и во всех численных экспериментах они предполагались равными единице $(\mathrm{Pr} = 1, R/H = 1)$. Таким образом, с учетом соотношения (8) единственным независимым параметром задачи является модифицированное число Рэлея Ra_I .

Безразмерные характеристики свободной конвекции в цилиндре и в полусфере представлены на рис. 2 и 3. Интерполяция численных результатов для среднего числа Нуссельта через боковую (в случае полусферы нижнюю) границу привела к следующим корреляциям:

цилиндр:

$$\mathrm{Nu}_{sd} = 0.45\mathrm{Ra}_I^{0.19}, \quad 10^6 \le \mathrm{Ra}_I \le 10^{12}; \tag{9a}$$

полусфера:

$$\mathrm{Nu}_{dn} = 0.44\,\mathrm{Ra}_I^{0.18}, \quad 10^7 \le \mathrm{Ra}_I \le 10^{12}. \tag{9b}$$

Результаты расчета качественно согласуются с экспериментальными данными [3, 5]. Существующее расхождение в среднем числе Нуссельта (см. таблицы 1, 2) объясняется различием в числе Прандтля, в мощности энерговыделения и аспектном отношении (R/H = 1/3 в работе [5]). Сравнение с результатом прямого численного моделирования, проведенного с использованием программного пакета FLUENT, не обнаружило существенных расхождений (см. рис. 3), особенно при высоких числах Рэлея. Имеющееся отличие объясняется пренебрежением отвода тепла в дно в предложенной модели (см. (7)).

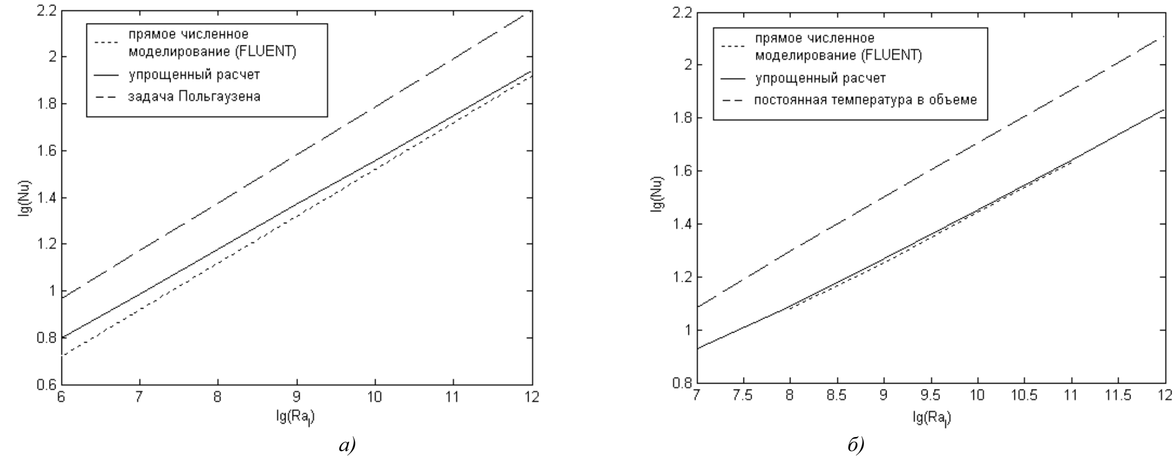

Рис. 2. Интегральный поток тепла (*а* — цилиндр, *б* — полусфера)

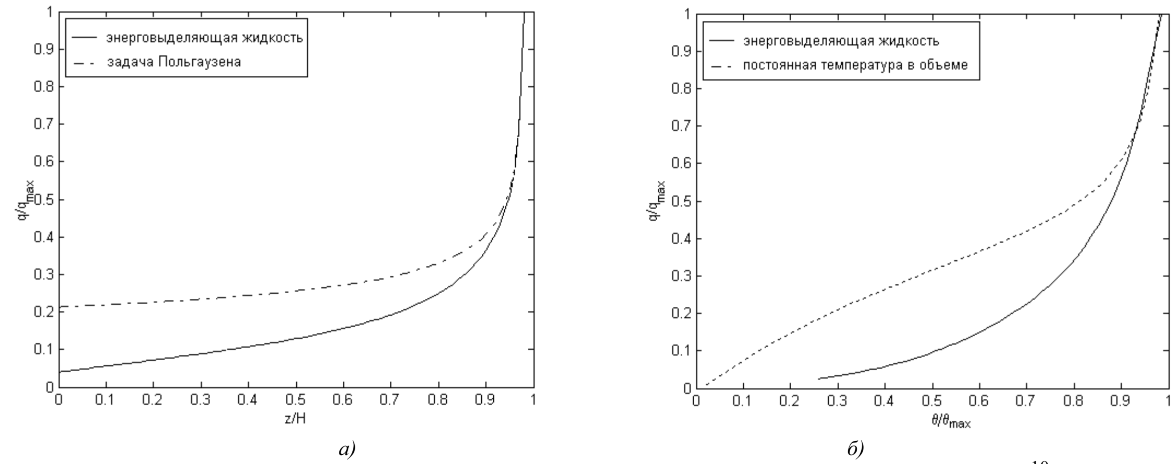

Рис. 3. Плотность теплового потока к границе (*а* — цилиндр, *б* — полусфера, $\mathrm{Ra}_I = 10^{10}$)

Таблица 1. *Среднее число Нуссельта на боковой (sd) границе (цилиндр)*

Упрощенный расчет	$\mathrm{Nu}_{sd} = 0.45\mathrm{Ra}_I^{0.19}, \quad 10^6 \le \mathrm{Ra}_I \le 10^{12}, \quad \mathrm{Pr} = 1$
Задача Польгаузена	$\mathrm{Nu}_{sd} = 0.55\mathrm{Ra}_I^{0.21}, \quad 10^6 \le \mathrm{Ra}_I \le 10^{12}, \quad \mathrm{Pr} = 1$
Расчет Хольцбехера [0]	$\mathrm{Nu}_{sd} = 0.66\mathrm{Ra}_I^{0.2}, \quad 3\times10^{10} \le \mathrm{Ra}_I \le 10^{13}, \quad \mathrm{Pr} \approx 7$
FLUENT	$\mathrm{Nu}_{sd} = 0.33\mathrm{Ra}_I^{0.2}, \quad 10^6 \le \mathrm{Ra}_I \le 10^{12}, \quad \mathrm{Pr} = 1$

Таблица 2. *Среднее число Нуссельта на нижней (dn) границе (результаты расчетов, полусфера)*

Упрощенный расчет	$\mathrm{Nu}_{dn} = 0.44\mathrm{Ra}_I^{0.18}, \quad 10^7 \le \mathrm{Ra}_I \le 10^{12}, \quad \mathrm{Pr} = 1$
Постоянная температура в объеме	$\mathrm{Nu}_{dn} = 0.46\mathrm{Ra}_I^{0.2}, \quad 10^7 \le \mathrm{Ra}_I \le 10^{12}, \quad \mathrm{Pr} = 1$
Эксперимент Маингера [0]	$\mathrm{Nu}_{dn} = 0.54\mathrm{Ra}_I^{0.18}, \quad 10^7 \le \mathrm{Ra}_I \le 5\times10^{10}, \quad \mathrm{Pr} \approx 7$
FLUENT	$\mathrm{Nu}_{dn} = 0.39\mathrm{Ra}_I^{0.19}, \quad 10^8 \le \mathrm{Ra}_I \le 10^{11}, \quad \mathrm{Pr} = 1$

В ряде инженерных приложений [8] при расчете конвективных течений в замкнутых полостях пренебрегают стратификацией температуры в основном объеме. Корреляция (9а) отличается от зависимости числа Нуссельта для конвекции нетепловыделяющей жидкости с постоянной температурой в основном объеме

$$\mathrm{Nu}_{sd} = 0.55\mathrm{Ra}_{I}^{0.21}, \tag{10}$$

полученной из решения задачи Польгаузена о конвекции у вертикальной полубесконечной пластины [9]:

$$\mathrm{Nu}_{sd} = 0.54\mathrm{Ra}^{1/4}. \tag{11}$$

Представленные на рис. 2 и 3 графики распределения среднего числа Нуссельта и теплового потока вдоль боковой (для полусферы нижней) поверхности показывают существенное различие между конвекцией тепловыделяющей жидкости и жидкости без внутренних источников тепла с постоянной температурой вдали от твердых границ. Особенно это касается нижней части объема, где возрастает влияние стратификации температуры в основном объеме на структуру пограничного слоя. В этой области значения плотностей теплового потока в случае энерговыделяющей жидкости и жидкости без внутренних источников тепла с постоянной температурой в основном объеме различаются в 7 раз.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе построена физическая модель и разработан численный алгоритм решения свободноконвективной теплоотдачи энерговыделяющей жидкости в замкнутом объеме. Численно решена задача о ламинарном течении в цилиндрическом и полусферическом объемах с изотермическим условием на боковой (в случае полусферы нижней) границе в диапазоне модифицированных чисел Рэлея $10^6 \le \mathrm{Ra}_I \le 10^{12}$. По результатам расчета получена зависимость среднего безразмерного потока тепла (числа Нуссельта) к боковой (в случае полусферы нижней) границе от модифицированного числа Рэлея. Найденные распределения скоростей и температуры в пограничном слое на боковой границе по своей структуре соответствуют результатам экспериментов и численных расчетов. Изучено влияние стратификации температуры в основном объеме на характеристики теплоотдачи. Оказалось, что пренебрежение стратификацией при вычислении интегрального распределения плотности теплового потока к границе может приводить к завышению более чем в два раза, а в случае локального распределения к завышению в 7 раз.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **ГЕФЕСТ**: Численное моделирование процессов в нижней части реактора ВВЭР при тяжелой аварии / А.С. Игнатьев, А.Е. Киселев, А.С. Филиппов и др. // Препринт ИБРАЭ № IBRAE-2003-13. М., 2003.
2. **ГЕФЕСТ**: Модели теплообмена с паром и перемещения материалов в НКС реактора ВВЭР при тяжелой аварии / А.Е. Киселев, В.Н. Семенов, А.С. Филиппов и др. // Препринт ИБРАЭ № IBRAE-2003-14. М., 2003.
3. **Technical** report FT-FB (RS 166-79-05) / F.X. Mayinger, P. Fritz, H.H. Reineke et al. // BMFT. 1980.
4. **Большов Л.А., Кондратенко П.С., Стрижов В.Ф.** Свободная конвекция тепловыделяющей жидкости // УФН. 2001. Т. 171. № 10. С. 1051—1070.
5. **Holzbecher M., Steiff A**. Laminar and turbulent free convection in vertical cylinders with internal heat generation// Int. J. of Heat and Mass Transfer. 1995. Vol. 38. No. 15. P. 2893 — 2903.
6. **Numerical** study of natural convection of a heat — generating fluid in nuclear reactor safety problem / L.A. Bolshov, R.V. Arutyunyan, V.V. Chudanov et al. // Nuclear Science Journal. 1995. Vol. 32. No. 2. P. 134 — 139.
7. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
8. **Poletaev G.N.** Heat transfer from curvilinear boundaries of heat-generating pools // Proc. of the NURETH-11. 2005.
9. **Гебхарт Б. и др.** Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. М.: Мир, 1991.