

$$W(p, r, z) = \alpha \frac{V}{4Dz} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{V^2}{4Dz}}\right) e^{-p\frac{z}{V}}, \quad (32)$$

и, следовательно,

$$\tilde{Q}(p) = \frac{\tilde{I}(p, r, z)}{W(p, r, z)}. \quad (33)$$

Для данной задачи, в связи с построением её точного решения, передаточная функция была найдена аналитически. В более сложных случаях передаточную функцию определяют эмпирически, задавая входные воздействия определённого стандартного вида и измеряя соответствующие им выходные характеристики. После этого, измеряя выходные характеристики в нестандартных ситуациях, можно восстанавливать соответствующие им входные воздействия. Следует заметить, что точно такую же задачу, но в иных терминах, можно поставить и решить при определении температурного следа за точечным тепловым источником, помещённым в однородный фильтрационный поток.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Иммерсионно-томографические методы, основанные на измерении характеристик интерференционных картин, полученных методом голографической интерферометрии и поляризационно-интерференционной микроскопии, обеспечивают определение параметров, характеризующих перенос при моделировании явлений, протекающих в многофазных зернистых средах при тепломассообменных процессах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 05-02-16313а, 05-02-08254офи-а).

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

D — коэффициент диффузии газа в жидкость, м²/с;
 t — время, с;
 n_H и n_K — показатели преломления жидкости в моменты времени, соответствующие первой и второй экспозициям двухэкспозиционной голограммы;
 T — температура, К;
 S — номер интерференционной полосы;
 λ — длина волны света, мкм;
 l — ширина кюветы в направлении распространения луча, м;
 q — удельный тепловой поток, Вт/м²;
 W — однородная скорость фильтрации, м/с;
 z — осевая координата вдоль направления фильтрационного течения;

r — радиальная координата;
 C — концентрация примеси, кг/м³;
 Q — мощность источника примеси, кг/с;
 $\delta(r)$ и $\delta(z)$ — дельта-функции координат r и z ;
 Φ_0 — относительная интенсивность излучаемого сигнала в относительных единицах;
 Φ — относительная интенсивность сигнала после прохождения через осесимметричное поглощающее поле концентраций примеси;
 α — определяемый тарировкой коэффициент ослабления сигнала, м³/кг;
 $\bar{C}(z, r)$ — среднеинтегральная (по ходу луча) концентрация.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Покусаев Б.Г., Карлов С.П., Шрейбер И.** Иммерсионная томография газожидкостной среды в зернистом слое // ТОХТ. 2004. Т. 38. № 1. С. 3—8.
2. **Карлов С.П., Покусаев Б.Г.** Способ исследования пространственных динамических процессов в прозрачных многофазных пористых и зернистых средах. (Положит. реш. на заявк. № 2004137141).
3. **Левин Г.Г., Вишняков Г.Н.** Оптическая томография. М.: Радио и связь. 1989. 224 с.
4. **Покусаев Б.Г., Казенин Д.А., Карлов С.П.** Иммерсионно-томографическое исследование движения пузырьков в затопленном зернистом слое // ТОХТ. 2004. Т. 38. № 6. С. 595—603.
5. **Экспериментальные** исследования межфазного массопереноса в системе газ-жидкость оптическими методами / А.М. Кутепов, Б.Г. Покусаев, Д.А. Казенин и др. // ТОХТ. 2001. Т. 35. № 3. С. 227—231.
6. **Лысенко О.Г., Карбалевиц Н.А.** Исследование процессов тепло- и массопереноса жидких сред в капиллярах методом голографической интерферометрии // Тепломассообмен — ММФ-92. Тепломассообмен в капиллярно-пористых телах. Т. 7. Минск: АНК ИТМО АН РБ, 1992. С. 133—135.
7. **Теплогидравлические** процессы в пористых структурах при импульсном тепловыделении на стенке / Б.Г. Покусаев, Э.А. Таиров, Д.А. Казенин и др. // ТВТ. 2002. Т. 40. № 2. С. 306—313.
8. **Бутковский А.Г.** Характеристики систем с распределёнными параметрами. М.: Наука ГРФМЛ, 1979. 224 с.
9. **Верещагин И.К., Косяченко Л.А., Кокин С.М.** Введение в оптоэлектронику. М.: Высш. шк., 1991. 192 с.
10. **Градштейн И.С., Рыжик И.М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: ГИФМЛ, 1962. 1100 с.
11. **Солодовников В.В.** Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. М.: ГИФМЛ, 1960. 656 с.
12. **Дёч Г.** Руководство к практическому применению преобразованию Лапласа и Z-преобразованию. М.: Наука ГРФМЛ, 1971. 288 с.
13. **Полянин А.Д.** Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 676 с.

МЕТОДЫ ИММЕРСИОННОЙ ТОМОГРАФИИ В ЗЕРНИСТЫХ СРЕДАХ

АННОТАЦИЯ

Описаны иммерсионно-томографические методы исследования гидродинамических и тепломассообменных процессов в насыщенной жидкостью зернистой среде. Прозрачность этой композитной среды позволяет использовать для изучения происходящих в ней процессов все известные методы визуализации, включая поляризационно-интерференционную микроскопию. Приведены примеры применения методики к различным техническим задачам.

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема исследования микроструктуры и динамики двухфазных газожидкостных потоков в засыпках и пористых слоях остается актуальной для целого ряда отраслей современной техники, таких как химическая технология, теплоэнергетика, нефте- и газодобыча. Создание необходимых для такого исследования физических и расчетных моделей и методов сдерживается недоступностью визуальной картины наблюдения за взаимодействием фаз в таких потоках. Известны контактные и бесконтактные методы измерения потоков в таких средах имеют свои ограничения и недостатки.

Применение недавно разработанного метода иммерсионной томографии газожидкостной среды в зернистом слое открывает новые возможности изучения гидродинамики такого рода объектов [1, 2]. Сущность иммерсионного метода визуализации состоит в подборе жидкости, имеющей показатель преломления, практически совпадающий с показателем преломления прозрачных частиц засыпки, в результате чего затопленная жидкостью засыпка становится оптически однородным прозрачным объектом.

2. ВОЗМОЖНОСТИ ИММЕРСИОННО-ТОМОГРАФИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПУЗЫРЬКОВ В ЗЕРНИСТОМ СЛОЕ

В такой среде можно наблюдать, например, за движением пузырьков в любой проекции. Это движение, зависящее от взаимодействия пузырька с элементами засыпки, является трехмерным и весьма сложным. Для восстановления объемной структуры траектории пузырька были использованы известные методы оптической томографии [3], основанные на просвечивании объекта в разных направлениях и восстановлении распределения оптических параметров в объеме зондируемого объекта.

Зернистый слой моделировался засыпкой шариков из стекла К8 и показателем преломления 1,51. В

качестве жидкости применялся раствор α -монобромнафталина с йодистым метиленом в *n*-декане. Иммерсионная жидкость представлена ВНИИФТРИ Госстандарта России. Необходимые для расчетов свойства смеси были следующими: плотность $\rho = 990 \text{ кг/м}^3$, значение коэффициента динамической вязкости $\mu = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$, коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$. Засыпка шариков диаметром $d_p = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ в кювете составляла 10 слоев по высоте и 4×8 слоев в поперечных направлениях. Однако основной объем экспериментов проводился на засыпке шариков диаметром $d_p = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ с примерно в два раза большим количеством слоев по всем направлениям. Схема экспериментальной установки и её описание приведено в [4]. Последовательные кадры видеопленки, иллюстрирующей всплывающие пары пузырьков, приведены на рис. 1 (*a*, *b*) в двух взаимно перпендикулярных плоскостях зондирования.

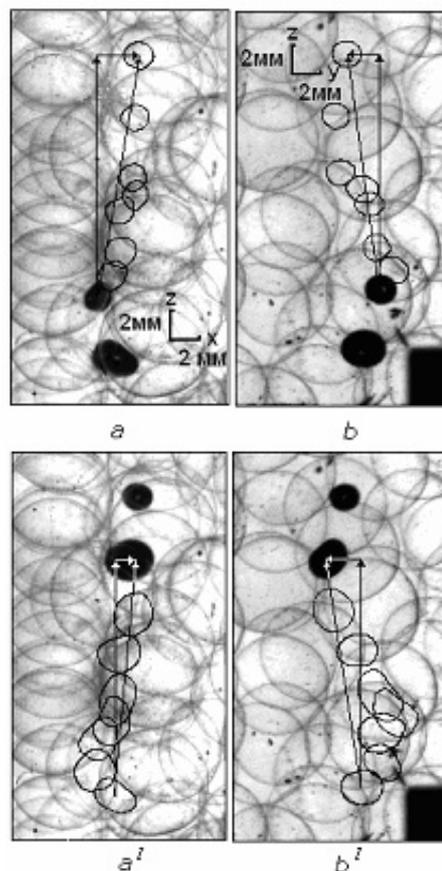


Рис. 1. Фотографии всплывающих в затопленном зернистом слое пары пузырьков через промежуток времени 7/32 сек: *a*, *a'* — плоскость *X*, *Z*; *b*, *b'* — плоскость *Y*, *Z*. Контурами обозначены положения пузырей в промежуточных состояниях (через 1/32 сек)

В наших экспериментах было показано, что подъемное движение пузырьков, зависящее от его взаимодействия с элементами засыпки, является трехмерным и весьма сложным. Для мелких, по сравнению с частицами засыпки пузырьков, их подъемное движение оказалось замедленным в 1,5—4 раза в сравнении со всплытием в свободном объеме жидкости и имеющим существенное поперечное рассеяние. Движение же конгломератов из нескольких пузырьков, превосходящих по размеру частицы засыпки, как оказалось, имеет две модификации: всплывающие в виде «трейнов» — связанных цепочек пузырей, проскальзывающих в промежутки между шариками, и всплывание в виде «амебообразных» пузырей, имеющих свою конфигурацию и могущих временно «поглощать» отдельные частицы засыпки.

Траектории такого всплытия в обоих случаях близки к винтовым в однородном зернистом слое. При организации в зернистом слое искусственных вертикальных каналов диаметром, близким к размеру элементарного пузырька, составляющего конгломерат, движение «трейнов» упорядочивается и происходит вдоль этих каналов. Боковая поверхность поднимающихся «трейнов» оказывается волнистой, сообразно с волнистостью стенок направляющего канала. В некоторых случаях наблюдается неустойчивость боковой поверхности «трейна», напоминающая гельмгольцовскую неустойчивость, в результате чего от поднимающегося «трейна» может отделиться «дочерний» пузырек, захватываемый основным массивом зернистого слоя.

Наблюдаемые экспериментальные факты дают основание считать, в первом приближении, затопленный зернистый слой высоковязкой диспергирующей (рассеивающей) средой, характеризующейся эффективной вязкостью и эффективной поперечной диффузией (дисперсией).

3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА В ЗАТОПЛЕННЫХ ЗЕРНИСТЫХ СЛОЯХ

Процессы тепло- и массообмена широко распространены в природе, энергетике, химической и биохимической промышленности. Особенно сложны и интересны, но в то же время мало изучены, процессы в многофазных средах таких, как насыщенный жидкостью зернистый слой прозрачных (стеклянных) частиц.

Как правило, процессы, идущие с достаточной интенсивностью, сопровождаются возникновением и развитием неоднородностей вблизи границы раздела фаз, которые приводят к формированию механизмов переноса вещества, отличных от обычной молекулярной диффузии. Эти неоднородности имеют иные показатели преломления, чем исходная среда, и могут быть обнаружены оптическими методами. Массоперенос в двухфазных системах происходит во всем спектре пространственных масштабов движения: от диффузионных микромасштабов через характерные «генетические» мезомасшта-

бы самоорганизованных ячеек до макромасштабов типичных для аппарата как целого. Соответственно, для наблюдения этих явлений используются различные оптические методы. Для изучения макропотоков массы, т.е. для регистрации концентрационных полей во всем исследуемом объеме, наиболее пригодными являются методы голографической интерферометрии, которые имеют высокую чувствительность измерений, а прозрачность исходного объема обеспечивается соответствующим подбором иммерсионной жидкости.

Варианты оптических схем освещения и приемного устройства, а также методика и некоторые результаты исследования процесса хемосорбции приведены в работе [5].

В настоящем докладе приводятся результаты изучения с помощью интерференционно-поляризационного микроскопа процесса поглощения (физической абсорбции) диоксида углерода свободной поверхностью изготовленной на водной основе иммерсионной жидкости.

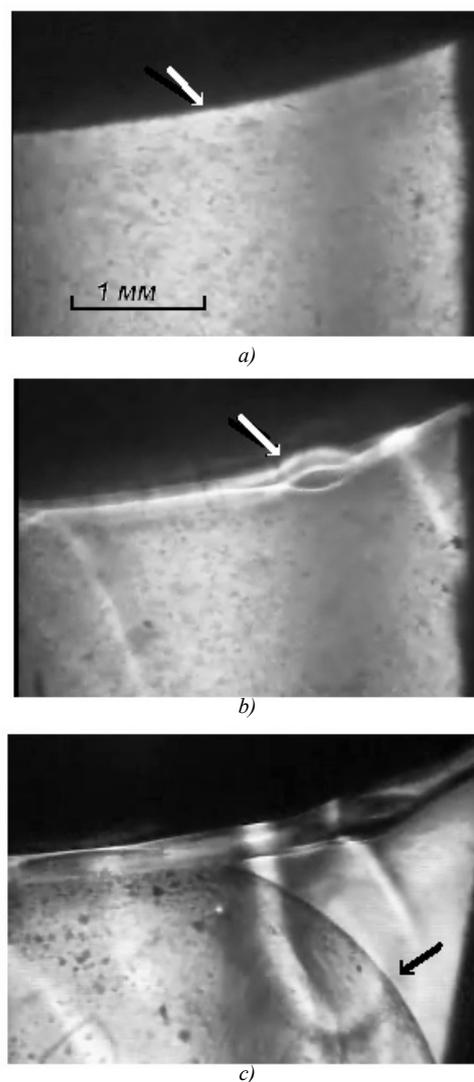


Рис. 2. Интерференционные картины процесса поглощения диоксида углерода иммерсионной жидкостью: *a, b* — чистой; *c* — со стеклянными шариками. Светлая стрелка показывает поверхность раздела газ — жидкость, темная — поверхность шарика

На кадрах видеозображения (рис. 2, *a*, *b*, *c*) проиллюстрированы некоторые моменты процесса поглощения, идущие как в свободном объёме, так и в объёме, заполненном стеклянными шариками.

Обращает на себя внимание возникновение и рост на начальных стадиях диффузионного слоя вблизи поверхности контакта газа и жидкости в обоих случаях, образование линз неустойчивости тяжёлого продукта абсорбции и начало развития конвективных течений при капельном обрушении накопленного продукта. Помимо возмущения формы диффузионного слоя присутствием зёрен засыпки вблизи поверхности раздела, стекание капель тяжёлого продукта в этом случае происходит по поверхности зёрен, как это видно на рис. 2 *c*.

Во всех случаях можно наблюдать визуализацию изоконцентрат (линий равного коэффициента преломления). Аналогичным образом можно наблюдать растворение одного компонента вещества в другом (рис. 3) при прикапывании его сверху.

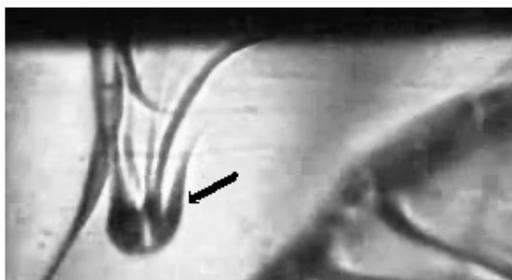


Рис. 3. Интерференционная картина процесса растворения при прикапывании компонента иммерсионной жидкости. Тёмная стрелка — след капли

Кроме того, применение метода голографической интерферометрии позволяет оценить значение коэффициента диффузии газа в жидкость D . Для исследования и измерения коэффициента D в [6] применялся метод голографической интерферометрии двух экспозиций.

Одним из вариантов определения коэффициента диффузии является исследование процесса в регулярном режиме и нахождение по интерферограммам темпа изменения показателя преломления m_D в заданных координатах:

$$m_D = \frac{\ln \frac{n_\infty - n'}{n_\infty - n''}}{t_2 - t_1} = \frac{\pi^2}{L^2} D. \quad (1)$$

Изменение показателя преломления, связанное с изменением концентрации компонентов исследуемого раствора, вызывает появление на голограмме интерференционных полос. Номер полосы связан с изменением n формулой

$$n_H - n_K = S \frac{\lambda}{l}. \quad (2)$$

С учётом (2) расчётное соотношение для определения коэффициента диффузии представляется в виде

$$D = \frac{L^2}{\pi^2} \frac{\ln(S_1/S_2)}{t_2 - t_1}. \quad (3)$$

Голографическая интерферометрия использовалась в исследованиях процессов массопереноса в их начальных стадиях по модели полупространства, где решение задачи для показателя преломления представляется уравнением

$$n(x,t) = \frac{n_1 + n_2}{2} + \frac{n_1 - n_2}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2(Dt)^{1/2}}\right). \quad (4)$$

Определяя по интерферограммам показатель преломления в точках с координатами x_1 , x_2 и т.д., из формулы (4) находим функцию $\operatorname{erf}(y)$, зная которую можно определить значение аргумента этой функции, т.е. $y = x/2(Dt)^{1/2}$. Откуда $D = x^2/4y^2t$.

Многие технологические процессы теплообмена (например, в атомной энергетике [7]) происходят в затопленных зернистых слоях. В этой связи чрезвычайный интерес представляет интерференционная визуализация нестационарного процесса кондуктивного нагрева в ячейке, представляющей погруженное в иммерсионную жидкость зерно засыпки диаметром 5 мм, контактирующей с нагреваемой стенкой. На рис. 4 представлены интерференционные картины, иллюстрирующие тепловое состояние объёма ячейки в начальный момент (рис. 4, *a*) и момент через 5 секунд от начала нагрева (рис. 4, *b*).

Примененная в данном случае методика восстановления поля температур по данным интерферометрических измерений [8] позволяет визуализировать реальное распределение изотерм в объёме ячейки. Осевая симметрия теплового поля в объёме ячейки позволяет получить также расчётное распределение изотерм в объекте наблюдения (рис. 5).

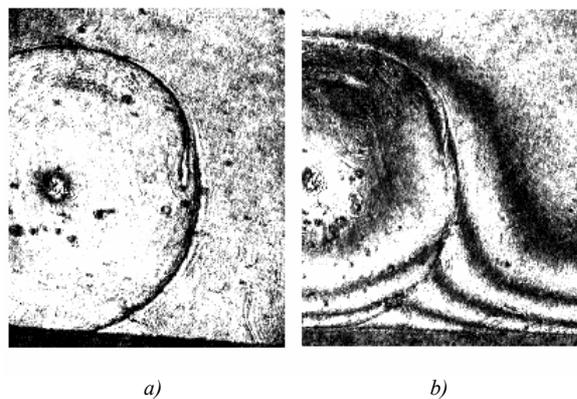


Рис. 4. Интерференционные полосы равных температур в объёме ячейки

На рис. 5 показаны результаты численного моделирования данного теплового процесса (численное моделирование проведено Д.А. Некрасовым).

Близкое соответствие полученных картин на рис. 4, *b* и рис. 5 позволяет говорить о перспективности применения иммерсионно-томографического метода и в более сложных случаях изучения теплообмена в многофазных средах. Несколько менее плавную стыковку изотерм в жидкости и стекле, наблюдаемую на рис. 4, *b* в сравнении с рис. 5, можно объяснить отчасти тем, что в расчёте были ис-

пользованы теплофизические свойства воды, а не иммерсионной жидкости (они не стабильны), а также тем, что на экспериментальную картину оказала влияние начавшаяся свободная конвекция.

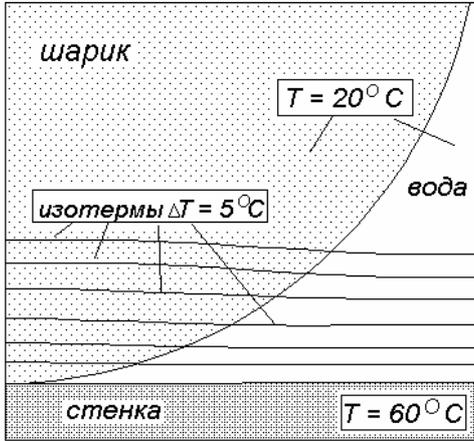


Рис. 5. Изотермы в ячейке, полученные численным моделированием

Метод голографической интерферометрии может быть использован также для оценки коэффициента температуропроводности, как это было сделано в работе [6], а по изотермам вблизи поверхности фазового контакта возможна оценка коэффициента теплообмена.

4. ИММЕРСИОННО-ТОМОГРАФИЧЕСКАЯ МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ РАССЕЯНИЯ ПРИМЕСИ, ВЫДЕЛЯЕМОЙ СТАЦИОНАРНЫМ ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ В ОДНОРОДНО ИНФИЛЬТРУЕМОЙ ЗЕРНИСТОЙ СРЕДЕ

В континуальной постановке стационарная задача выглядит следующим образом:

$$W \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{D_3}{r} \left(r \frac{\partial c}{\partial r} \right) + Q \delta(r) \delta(z). \quad (5)$$

Здесь D_3 — эффективный коэффициент диффузии, равный KdW .

$$\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty 2\pi r \delta(r) \delta(z) dr dz = 1. \quad (6)$$

Размерность дельта-функций определяется сообразно (6), а именно

$$[\delta(r)] = 1/m^2 \quad [\delta(z)] = 1/m^2.$$

Точное решение задачи (5) находится методом функции Грина [8]. Оно имеет вид

$$C(z, r) = \frac{Q}{4\pi Dz} \exp\left(-\frac{wr^2}{4Dz}\right), \quad (7)$$

что можно проверить и прямой подстановкой (7) в (5). С учётом выражения для D имеем окончательно

$$C(r, z) = \frac{Q/W}{4\pi Kzd} \exp\left(-\frac{r^2}{4Kzd}\right). \quad (8)$$

Полагая $c = \text{const}$ и разрешая (8) относительно r , можно получить семейство уравнений изоконцентрат

$$r = \sqrt{4Kzd \ln \frac{Q/W}{4\pi Kzc}}. \quad (9)$$

Легко видеть, что это осесимметричные замкнутые поверхности, пересекающие ось z в точках $z = 0$ и

$$z = z_0 = Q/4\pi Kzc. \quad (10)$$

Рассмотрим процедуру восстановления локальной концентрации по измерению ослабленного прохождения через поглощающую среду оптического сигнала. На рис. 6 изображено осесимметричное поле концентраций (ось z перпендикулярна чертежу) и ход измерительного луча от источника излучения (ИИ) к фотоприёмнику (ФП). Будем считать ослабление интенсивности подчиняющимся закону Бугера [9], а само ослабление небольшим. Тогда

$$\Phi = \Phi_0 \exp(-\alpha \bar{C}) \approx \Phi_0 (1 - \alpha \bar{C}). \quad (11)$$

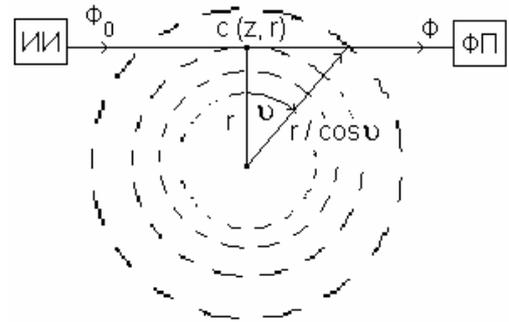


Рис. 6. К измерению локальной концентрации

Измеряемое ослабление сигнала

$$I(z, r) = \Phi_0 - \Phi = \Phi_0 \alpha \bar{C}. \quad (12)$$

Очевидно, пренебрегая вкладом концентраций на большом удалении от оси

$$\bar{C}(z, r) = C(z, r) \frac{4}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{C(z, r/\cos \nu)}{C(z, r)} d\nu. \quad (13)$$

Вводя новую переменную интегрирования $x = \text{tg} \nu$, получаем согласно [10]:

$$\begin{aligned} \bar{C}(z, r) &= 2C(z, r) \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{r^2 x^2}{4Kzd}\right) \frac{dx}{(1+x^2)} = \\ &= C(z, r) \exp\left(\frac{r^2}{4Kzd}\right) \text{erfc}\left(\frac{r}{\sqrt{4Kzd}}\right) \end{aligned}$$

или с учётом (12)

$$C(z, r) = \frac{I(z, r)}{\Phi_0} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{r^2}{2Kzd}\right)}{\text{erfc}\left(\frac{r}{2\sqrt{Kzd}}\right)}. \quad (14)$$

Итак, измеряя ослабление луча, проходящего в сечении z на расстоянии r от оси, можно по формуле (14) оценить локальное значение $C(z, r)$.

5. РАССЕЙЯНИЕ ПРИМЕСИ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ИСТОЧНИКОМ. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ

Визуализация картины гидродинамического, теплового и массообменного взаимодействия потоков с погруженными в них инородными объектами и ограничивающими стенками является одним из важнейших способов исследования переносных процессов, протекающих в однофазных и многофазных средах. При этом возникает задача восстановления по измеренному оптическому сигналу (выход) некой характеристики изучаемой неоднородности, например, интегральной оптической плотности, осредненной вдоль оптического пути (вход). Такая задача является основной в теории автоматического управления [11], и решается она с помощью построения передаточной функции системы.

Построим для примера передаточную функцию системы, описывающей рассеяние пассивной примеси, выделяемой из точечного источника в однородный фильтрационный поток жидкости через засыпку. Поле концентрации примеси $C(t, r, z)$ описывается уравнением конвективной дисперсии (рассеяния примеси на зернах засыпки) в осесимметричной цилиндрической системе координат.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V \frac{\partial C}{\partial z} = D \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + D \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r}. \quad (15)$$

Начальные условия по времени:

$$t = 0; \quad C = 0; \quad (16)$$

Начальные условия по координате:

$$z = 0; \quad C = Q(t) \cdot \delta(r). \quad (17)$$

Здесь $\delta(r)$ — дельта-функция координаты r с условием нормировки

$$\int_0^{\infty} 2\pi r \delta(r) dr = 1. \quad (18)$$

Здесь V — скорость фильтрации потока жидкости, D — коэффициент конвективной дисперсии. Подчеркнём, что эта величина является нестационарной входной характеристикой системы.

Применяя к уравнению (15) и условию (17) преобразование Лапласа по времени, придём к следующей задаче [12]:

$$-p\tilde{C} + V \frac{\partial \tilde{C}}{\partial z} = D \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial r^2} + D \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial r}, \quad (19)$$

$$z = 0: \quad \tilde{C} = \tilde{Q}(p) \cdot \delta(r). \quad (20)$$

Здесь

$$\tilde{C}(p, r, z) = \int_0^{\infty} e^{pt} C(t, r, z) dt, \quad (21)$$

$$\tilde{Q}(p) = \int_0^{\infty} e^{pt} Q(t) dt. \quad (22)$$

суть лапласовские трансформанты концентрации и мощности источника соответственно.

Вводя далее новые функцию θ и осевую координату ξ [13],

$$\theta(p, r, z) = e^{pV/z} \tilde{C}(p, r, z), \quad (23)$$

$$\xi = \frac{D}{V} z, \quad (24)$$

придём к следующей задаче Коши:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r}, \quad (25)$$

$$\xi = 0: \quad \theta = \tilde{Q}(p) \delta(r). \quad (26)$$

Задача (25), (26) имеет известное точное решение [11], которое при обратном переходе к \tilde{C} и z имеет вид

$$\tilde{C}(p, r, z) = e^{-pz/V} \tilde{Q}(p) \frac{V}{4\pi Dz} \exp\left(-\frac{Vr^2}{4Dz}\right). \quad (27)$$

Применение к (27) обратного преобразования Лапласа по времени позволяет получить выражение для поля концентраций $C(t, r, z)$

$$C(t, r, z) = \frac{V}{4\pi Dz} \exp\left(-\frac{Vr^2}{4\pi Dz}\right). \quad (28)$$

$$\begin{cases} Q(t - V/z) & \text{при } t \geq \frac{z}{V} \\ 0 & \text{при } t < \frac{z}{V} \end{cases}$$

Выходная характеристика системы, которой является сигнал, регистрируемый оптическим приёмником, несомненно, связан с нестационарным полем концентрации примеси (28), ослабляющей сквозной световой поток, идущий от источника света к светоприёмнику. Эту связь можно найти с помощью оценки мгновенной среднеинтегральной концентрации примеси вдоль оптического пути способом, аналогичным применённому в разделе 4 для стационарного случая. Это даёт

$$\bar{C}(t, r, z) = \frac{V}{4Dz} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{Vr^2}{4Dz}}\right) Q\left(t - \frac{z}{V}\right). \quad (29)$$

Тогда связь между выходной оптической характеристикой $I(t, r, z)$ и входной оптической характеристикой $Q(t)$ дается выражением

$$I(t, r, z) = \alpha \frac{V}{4Dz} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{Vr^2}{4Dz}}\right) Q\left(t - \frac{z}{V}\right). \quad (30)$$

Применяя к соотношению (30) преобразование Лапласа по t , получаем:

$$\tilde{I}(p, r, z) = \alpha \frac{V}{4Dz} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{Vr^2}{4Dz}}\right) e^{-p\frac{z}{V}} \tilde{Q}(p), \quad (31)$$

т.е. линейную связь между трансформантами входа $\tilde{Q}(p)$ и выхода $\tilde{I}(p, r, z)$.

Коэффициентом связи в этом комплексном соотношении является так называемая передаточная функция